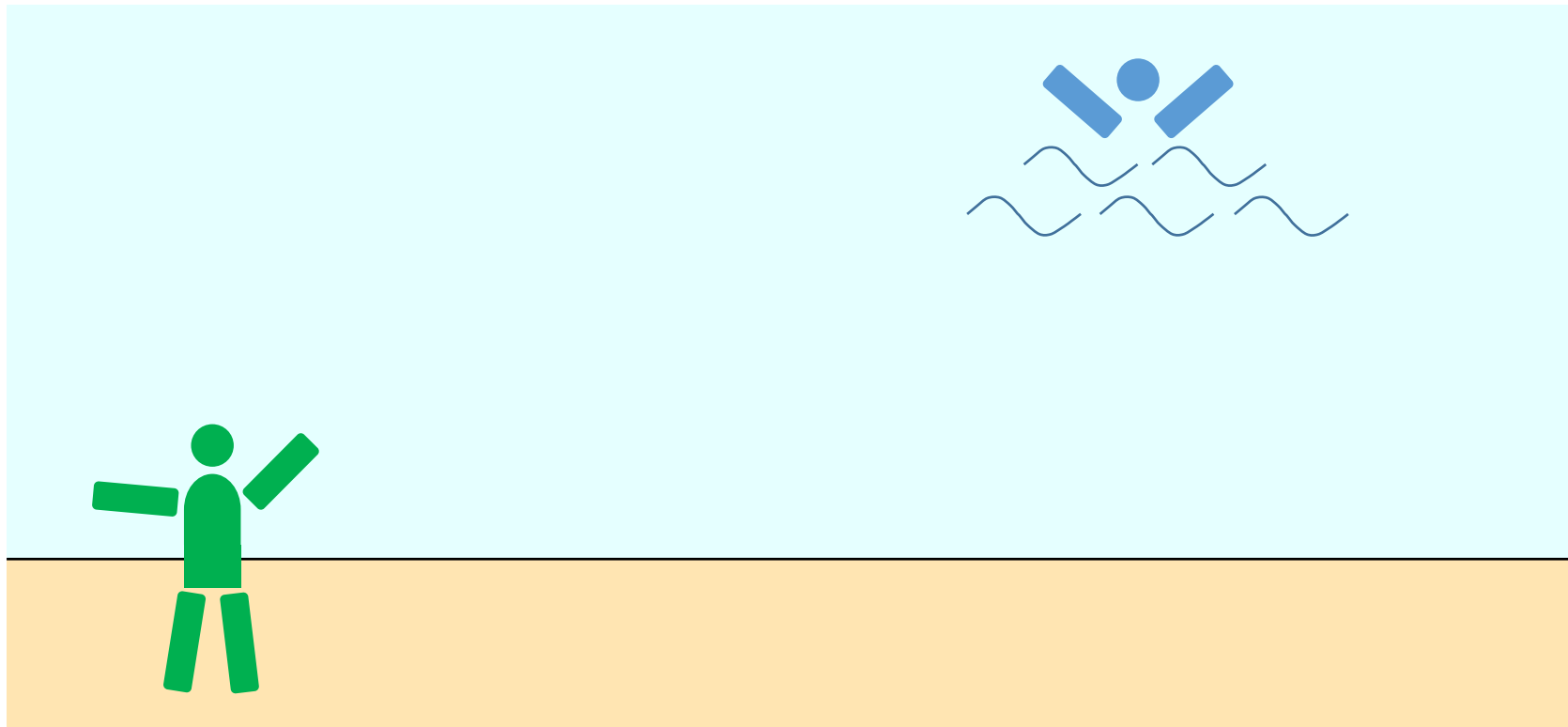


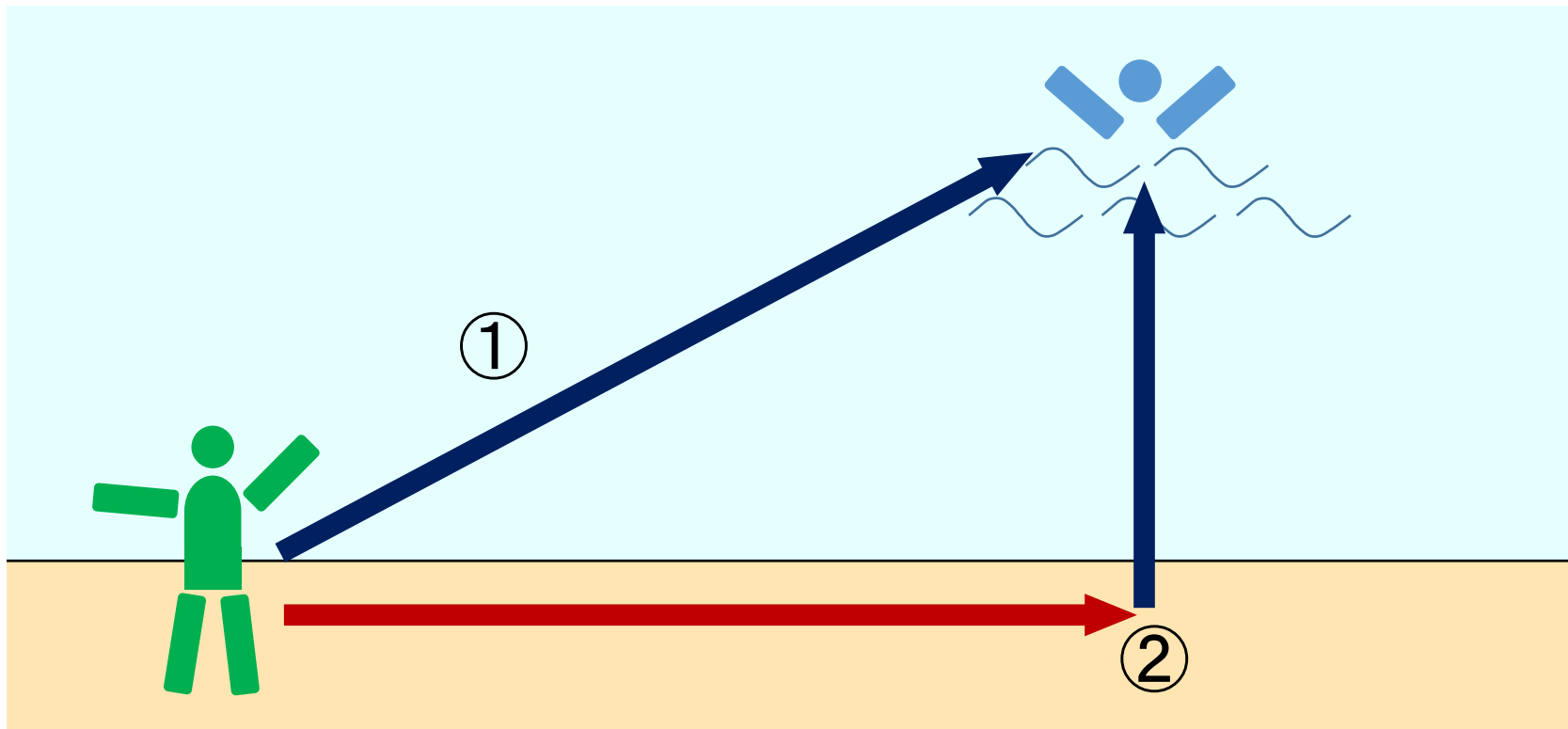
クイズ

海岸で溺れかけている人がいます。できるだけ早く助けに行くには、どのような経路をとればよいでしょうか？
ただし、陸上を走る速さは水中を泳ぐ速さの4倍とします。



クイズ(選択肢)

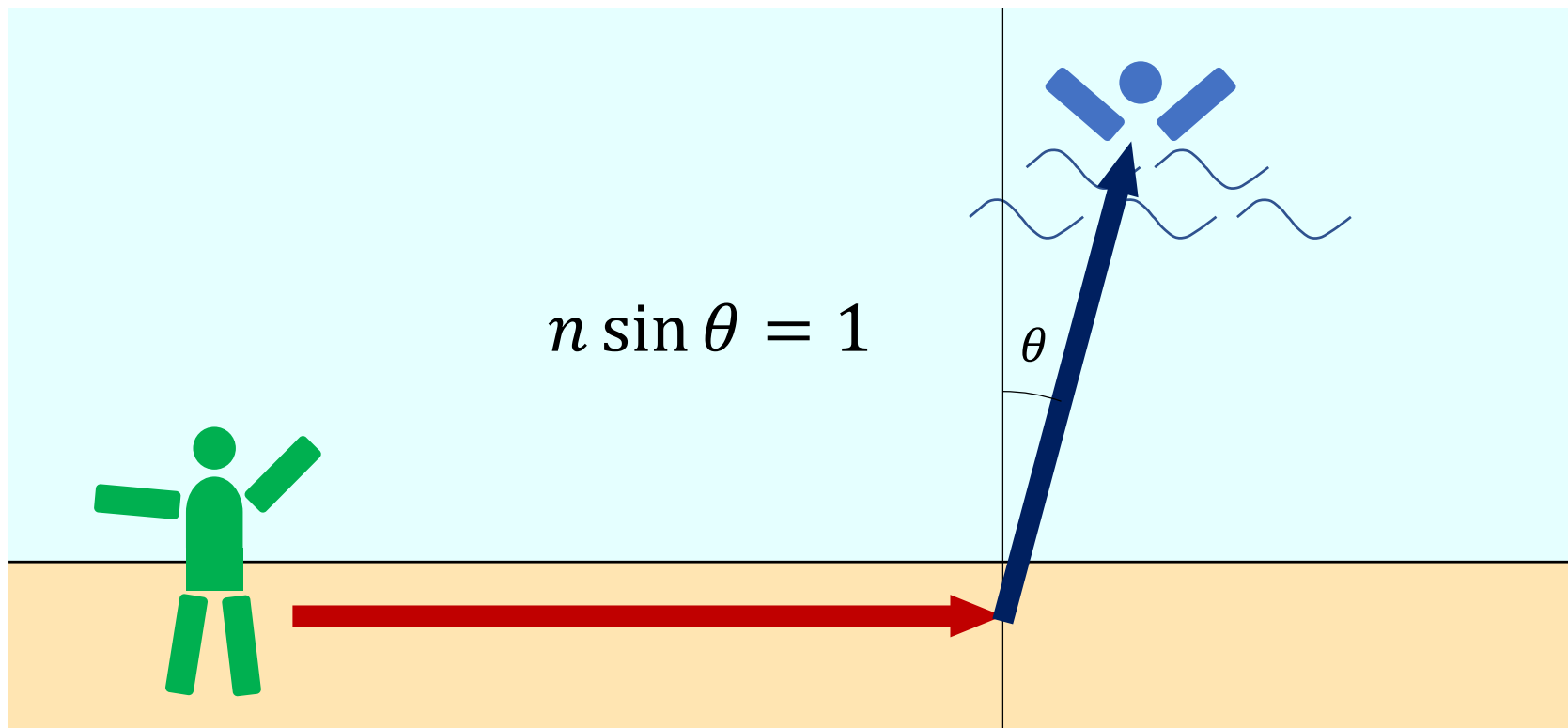
- ① すぐに海に入り、目標めがけて泳ぐ。
- ② まず岸を走り、目標が真横に見えたら海に入って泳ぐ。
- ③ ①と②の間の地点で海に入って泳ぐ。



答え

「光は到着時間が最短の経路を通る」ことを用いると、屈折の法則を満たす経路をとればよい。速さの比を n とすると

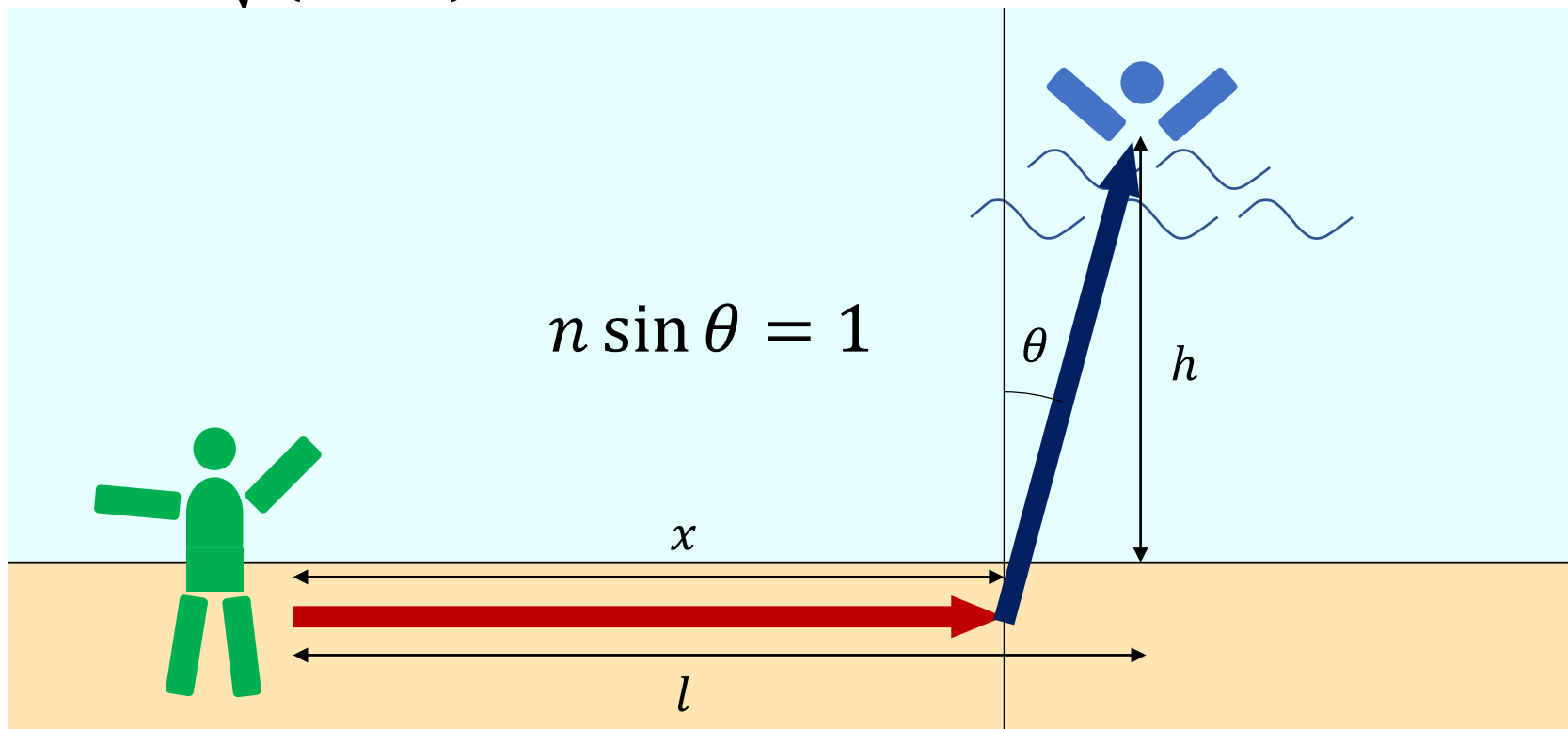
$\sin \theta = \frac{1}{n} = \frac{1}{4}$ ($\theta = 14.5^\circ$) の地点で海に入るのがよい。



答え(別解)

下の図で、所要時間は $T = \frac{x}{n} + \sqrt{(l-x)^2 + h^2}$ だから

$$\frac{dT}{dx} = \frac{1}{n} - \frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^2 + h^2}} = \frac{1}{n} - \sin \theta = 0 \quad \therefore \sin \theta = \frac{1}{n}$$



屈折の法則

光の進路が曲がる角度は、屈折の法則で決まる。

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

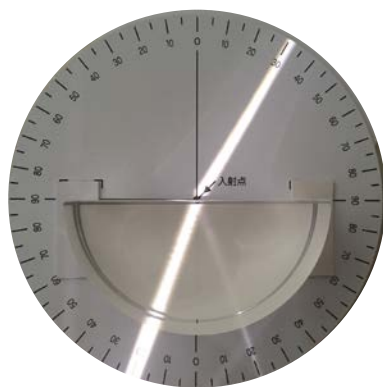
$$n_2 = 1$$

$$n_1 = 1.5$$



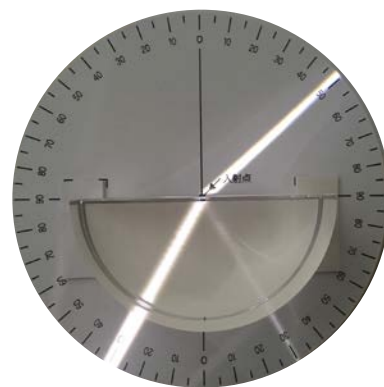
$$\theta_2 = 15.1^\circ$$

$$\theta_1 = 10^\circ$$



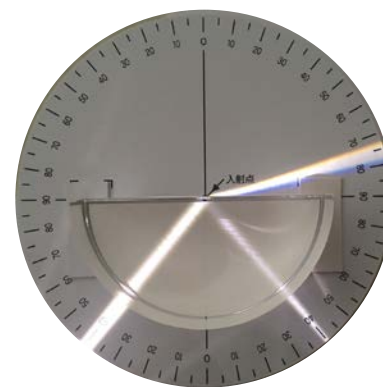
$$\theta_2 = 30.9^\circ$$

$$\theta_1 = 20^\circ$$



$$\theta_2 = 48.6^\circ$$

$$\theta_1 = 30^\circ$$



$$\theta_2 = 74.6^\circ$$

$$\theta_1 = 40^\circ$$

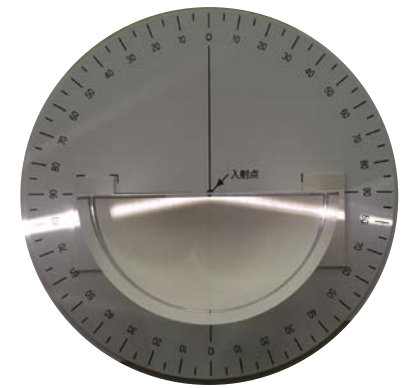
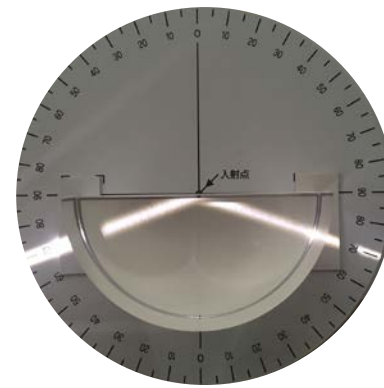
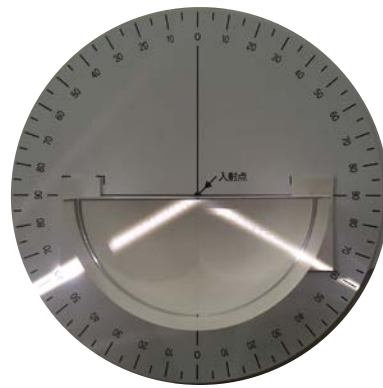
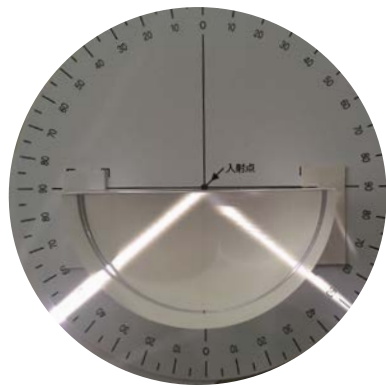


全反射

屈折率の高い側から、ある角度(臨界角)より大きい角度で光を入射すると、屈折光は存在せず、光は**100%反射される**。

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

$$n_1 = 1.5, n_2 = 1 \text{ のとき}$$
$$\theta_1 = 41.8^\circ \text{ で } \sin \theta_2 = 1$$



$$\theta_1 = 42^\circ$$

$$\theta_1 = 50^\circ$$

$$\theta_1 = 60^\circ$$

$$\theta_1 = 70^\circ$$

$$\theta_1 = 80^\circ$$

補足

到達時間が最短となる経路は、微分計算で求められますが、光の屈折の法則を利用して求めることもできます。

そう、「光は答えを知っている」のです。

なお、陸上を走る速さが水中を泳ぐ速さの4倍、というのは、以下の世界記録を参考にしました。

- 陸上100m競走 9秒58 → 平均の速さ=10.44 m/s
ウサイン・ボルト(ジャマイカ) 2009/8/16
- 競泳50m自由形(長水路) 20秒91 → 平均の速さ=2.39 m/s
セザール・シエロ(ブラジル) 2009/12/18

