量子力学へのプレリュード

渡邉 俊夫

概要

本稿では、量子力学のごく初歩的な事項を述べる。

- ✓ まず、波動関数の波長 λ および周波数 ν と、ミクロな粒子の運動量 p およびエネルギー E との間に、ド・ブロイ–アインシュタインの関係式が成り立つことを述べる。
- ✓ 次に、ド・ブロイ–アインシュタインの関係式から、運動量に対応する演算子 $\hat{p}$ とエネルギーに対応する演算子 $\hat{E}$ を定める。
- ✓ そして、それらの演算子を波動関数に作用させることにより、シュレーディンガー方程式を定式化する。
- ✓ さらに、簡単な例（壁型ポテンシャル、無限に深い井戸型ポテンシャル）について、シュレーディンガー方程式の解を求める。

波動関数と演算子

量子力学では、ミクロな粒子の状態は波動関数 Ψ によって表される。

波動関数 $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$ は、位置 $\boldsymbol{r}$ と時間 t を変数とする複素関数である。

波動関数の絶対値の2乗

$$|\Psi|^2 = \Psi^* \Psi$$

は、時間 t において粒子が位置 $\boldsymbol{r}$ に見いだされる確率を表す（ここで、Ψ^* は Ψ の複素共役を表す）。

また、量子力学では、物理量 A には、それに対応する演算子 $\hat{A}$ が存在する。物理量 A の値は、演算子 $\hat{A}$ を波動関数 Ψ に作用させることによって

$$\hat{A}\Psi = A\Psi$$

から定まる。

波数と角周波数

波動関数として、x 方向に伝搬する平面波

$$\Psi(x,t) = \mathrm{e}^{i(kx-\omega t)}$$

を考える。ここで、k は波数であり、波長を λ として

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

で表される。また、ω は角周波数であり、周波数を ν として

$$\omega = 2\pi\nu$$

で表される。

$$\phi = kx - \omega t = \frac{2\pi}{\lambda}(x - \lambda\nu t) = \frac{2\pi}{\lambda}(x - v_p t)$$

を波の位相という。ここで、$v_p = \lambda\nu = \dfrac{\omega}{k}$ である。

位相が等しい点は $x - v_p t = x_0$（定数）を満たすので
その位置 x は時間 t とともに速度 v_p で移動する。
v_p を位相速度という。

運動量とエネルギー

波動関数 Ψ で表されるミクロな粒子の運動量 p とエネルギー E は、波長 λ と周波数 ν（または、波数 $k = 2\pi/\lambda$ と角周波数 $\omega = 2\pi\nu$）を用いて

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{hk}{2\pi} = \hbar k$$

$$E = h\nu = \frac{h\omega}{2\pi} = \hbar\omega$$

で表される。これをド･ブロイ–アインシュタインの関係式という。

ここで、

$$h = 6.62607015 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$$

はプランク定数であり、

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.0545718 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$$

である（これを換算プランク定数、またはディラック定数という）。

2019年の国際単位系（SI）改定において、
質量の単位のキログラム（kg）は
プランク定数が左記の値になるように
定義されることになった。

運動量演算子(1次元)

波動関数

$$\Psi(x,t)=\mathrm{e}^{i(kx-\omega t)}$$

に対して

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x}=ik\mathrm{e}^{i(kx-\omega t)}=ik\Psi$$

である。したがって、運動量 p に対応する演算子を

$$\hat{p}=-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$$

とすれば、

$$\hat{p}\Psi=-i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial x}=-i\hbar\cdot ik\Psi=\hbar k\Psi$$

となり、ド・ブロイ–アインシュタインの関係式 $p=\hbar k$ が成り立つ。

エネルギー演算子

波動関数

$$\Psi(x,t) = \mathrm{e}^{i(kx-\omega t)}$$

に対して

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -i\omega \mathrm{e}^{i(kx-\omega t)} = -i\omega\Psi$$

である。したがって、エネルギー E に対応する演算子を

$$\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$$

とすれば、

$$\hat{E}\Psi = i\hbar\frac{\partial \Psi}{\partial t} = i\hbar\cdot(-i\omega\Psi) = \hbar\omega\Psi$$

となり、ド・ブロイ–アインシュタインの関係式 $E = \hbar\omega$ が成り立つ。

波動関数（3次元）

波動関数として、3次元空間を $\boldsymbol{k}$ 方向に伝搬する平面波

$$\Psi(\boldsymbol{r},t) = \mathrm{e}^{i(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)}$$

を考えると、ド･ブロイ–アインシュタインの関係式は

$$\boldsymbol{p} = \frac{h\boldsymbol{k}}{2\pi} = \hbar\boldsymbol{k}$$

$$E = h\nu = \frac{h\omega}{2\pi} = \hbar\omega$$

となる。

運動量演算子(3次元)

$$\boldsymbol{\nabla} = \boldsymbol{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \boldsymbol{e}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

基本ベクトル:座標軸方向の単位ベクトル
単位ベクトル:大きさが1のベクトル

波動関数

$$\Psi(\boldsymbol{r}, t) = \mathrm{e}^{i(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)} = \mathrm{e}^{i\left(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t\right)}$$

に対して

$$\boldsymbol{\nabla}\Psi = \boldsymbol{e}_x \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \boldsymbol{e}_y \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \boldsymbol{e}_z \frac{\partial \Psi}{\partial z} = i\left(\boldsymbol{e}_x k_x + \boldsymbol{e}_y k_y + \boldsymbol{e}_z k_z\right)\mathrm{e}^{i(\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}-\omega t)} = i\boldsymbol{k}\Psi$$

である(ここで、$\boldsymbol{\nabla}$ はナブラと呼ばれる演算子であり、$\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z$ は x 軸、y 軸、z 軸方向の基本ベクトルである)。したがって、運動量 $\boldsymbol{p}$ に対応する演算子を

$$\hat{\boldsymbol{p}} = -i\hbar\boldsymbol{\nabla} = -i\hbar\left(\boldsymbol{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \boldsymbol{e}_y \frac{\partial}{\partial y} + \boldsymbol{e}_z \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

とすれば、

$$\hat{\boldsymbol{p}}\Psi = -i\hbar\boldsymbol{\nabla}\Psi = -i\hbar \cdot i\boldsymbol{k}\Psi = \hbar\boldsymbol{k}\Psi$$

となり、ド・ブロイ–アインシュタインの関係式 $\boldsymbol{p} = \hbar\boldsymbol{k}$ が成り立つ。

運動エネルギー演算子

質量 m の粒子が速度 v で運動しているとき、その運動量は $p = mv$ であるから、運動エネルギー T は

$$T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m}$$

と表される。運動量に対応する演算子

$$\hat{\boldsymbol{p}} = -i\hbar\boldsymbol{\nabla}$$

を用いると、運動エネルギーに対応する演算子は

$$\hat{T} = \frac{\hat{\boldsymbol{p}}^2}{2m} = \frac{1}{2m}\hat{\boldsymbol{p}}\cdot\hat{\boldsymbol{p}} = \frac{1}{2m}(-i\hbar\boldsymbol{\nabla})\cdot(-i\hbar\boldsymbol{\nabla})$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2 = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$$

となる(ここで、演算子 $\boldsymbol{\nabla}^2$ をラプラシアンという)。

シュレーディンガー方程式

外力が作用していない自由粒子では、運動エネルギー T が全エネルギー E に等しいから

$$\hat{T}\Psi = \hat{E}\Psi$$

である。したがって、

$$\hat{T} = -\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2 = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$$

$$\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$$

より

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

となる。これを（自由粒子に対する）シュレーディンガー方程式という。

シュレーディンガー方程式

外力が粒子に作用する場合は、運動エネルギー T と、外力によるポテンシャルエネルギー V との和が全エネルギー E に等しい。それに対応する演算子

$$\hat{H} = \hat{T} + \hat{V} = -\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2 + \hat{V}$$

をハミルトニアンといい、

$$\hat{H}\Psi = \hat{E}\Psi$$

である。これより、シュレーディンガー方程式は

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2 + \hat{V}\right\}\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

あるいは

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2\Psi + \hat{V}\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

となる。

波動関数の変数分離

ポテンシャルエネルギー V が時間によらない場合、それに対応する演算子は

$$\hat{V} = V(\boldsymbol{r})$$

となる。このとき、波動関数 $\Psi(\boldsymbol{r}, t)$ が、位置のみの関数 $\psi(\boldsymbol{r})$ と時間のみの関数 $\phi(t)$ の積

$$\Psi(\boldsymbol{r}, t) = \psi(\boldsymbol{r})\phi(t)$$

で表されるとすると、シュレーディンガー方程式

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2 + \hat{V}\right\}\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}$$

より

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2 + V(\boldsymbol{r})\right\}\{\psi(\boldsymbol{r})\phi(t)\} = i\hbar\frac{\partial\{\psi(\boldsymbol{r})\phi(t)\}}{\partial t}$$

$$\phi(t)\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2 + V(\boldsymbol{r})\right\}\psi(\boldsymbol{r}) = i\hbar\psi(\boldsymbol{r})\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}$$

波動関数の変数分離

$$\frac{1}{\psi(\boldsymbol{r})}\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2+V(\boldsymbol{r})\right\}\psi(\boldsymbol{r})=i\hbar\frac{1}{\phi(t)}\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}$$

左辺は位置 $\boldsymbol{r}$ のみの関数、右辺は時間 t のみの関数だから、この方程式が成り立つためには、位置と時間によらない定数を E として

$$\frac{1}{\psi(\boldsymbol{r})}\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2+V(\boldsymbol{r})\right\}\psi(\boldsymbol{r})=i\hbar\frac{1}{\phi(t)}\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}=E$$

でなければならない。これより、時間によらないシュレーディンガー方程式

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2+V(\boldsymbol{r})\right\}\psi(\boldsymbol{r})=E\psi(\boldsymbol{r})$$

および

$$i\hbar\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}=E\phi(t)$$

が得られる。

波動関数の変数分離

波動関数の時間のみの関数部分 $\phi(t)$ は

$$i\hbar\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}=E\phi(t)$$

の解であり、C を定数として

$$\phi(t)=C\mathrm{e}^{(E/i\hbar)t}=C\mathrm{e}^{-i(E/\hbar)t}$$

と表される。ここで、$\omega=E/\hbar$ とすれば、$E=\hbar\omega$ となり、ド・ブロイ–アインシュタインの関係式になる。すなわち、変数分離の際に現れた（位置と時間によらない）定数 E は、粒子のエネルギーである。

固有状態と固有エネルギー

ポテンシャルエネルギー $V(\boldsymbol{r})$ が与えられたとき、時間によらないシュレーディンガー方程式

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2 + V(\boldsymbol{r})\right\}\psi(\boldsymbol{r}) = E\psi(\boldsymbol{r})$$

を解くと、定常状態の波動関数 $\psi(\boldsymbol{r})$ と、そのエネルギー E が得られる。

これは、ハミルトニアン $\hat{H}$ に対して、方程式

$$\hat{H}\psi(\boldsymbol{r}) = E\psi(\boldsymbol{r})$$

の解として $\psi(\boldsymbol{r})$ と E を求めていることになる。一般に、このような形の方程式を固有値方程式といい、その解の $\psi(\boldsymbol{r})$ を固有関数、E を固有値という。

このことから、定常状態の波動関数 $\psi(\boldsymbol{r})$ を固有状態、そのエネルギー E を固有エネルギーともいう。

壁型ポテンシャル

ポテンシャルエネルギーが

$$V(x)=\begin{cases}0 & (x<0)\\ V_0 & (x>0)\end{cases}$$

で表される場合を考える。時間によらない1次元のシュレーディンガー方程式

$$\left\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}+V(x)\right\}\psi(x)=E\psi(x)$$

より、$x<0$ においては

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi(x)}{\mathrm{d}x^2}=-\frac{2mE}{\hbar^2}\psi(x)$$

となる。$E>0$ とすると、この解は $k^2=2mE/\hbar^2$ として

$$\psi(x)=A\cos kx+B\sin kx$$

である。ただし、A, B は定数である。

壁型ポテンシャル

いっぽう、$x > 0$ においては

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}\psi(x) = \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}\psi(x)$$

となる。V_0 が十分大きければ $V_0 > E$ であり、この解は $\gamma^2 = 2m(V_0 - E)/\hbar^2$ として

$$\psi(x) = C\mathrm{e}^{-\gamma x} + D\mathrm{e}^{\gamma x}$$

である。ただし、C, D は定数である。

ここで、$x \to \infty$ で $\psi(x) \to 0$ とすると、$D = 0$ となる。

また、$x = 0$ において $\psi(x)$ が連続であるとすると

$$A\cos(k \cdot 0) + B\sin(k \cdot 0) = C\mathrm{e}^{-\gamma \cdot 0} \qquad \therefore A = C$$

さらに、$x = 0$ において $\mathrm{d}\psi(x)/\mathrm{d}x$ が連続であるとすると

$$-kA\sin(k \cdot 0) + kB\cos(k \cdot 0) = -\gamma C\mathrm{e}^{-\gamma \cdot 0} \qquad \therefore kB = -\gamma C$$

となる。

壁型ポテンシャル

以上より、シュレーディンガー方程式の解の波動関数は

$$\psi(x)=\begin{cases} C\left(\cos kx-\dfrac{\gamma}{k}\sin kx\right) & (x<0) \\ C\mathrm{e}^{-\gamma x} & (x>0) \end{cases}$$

となる。ただし、

$$k^2=\frac{2mE}{\hbar^2},\qquad \gamma^2=\frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}$$

である。ポテンシャルエネルギー V_0 の値が有限の場合には、$x>0$ において $\psi(x)=0$ にならず、波動関数が壁の外にしみ出すことになる。

壁型ポテンシャル

波動関数のしみ出しが、どの程度かを見積もってみる。

電子の場合、その質量は $m = 9.109 \times 10^{-31}$ kg であり、真空中の光速を c として

$$mc^2 = (9.109 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}) \times (2.998 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s})^2 = 8.187 \times 10^{-14}\ \mathrm{J}$$

だから、これを電子ボルト（eV）単位で表すと

$$mc^2[\mathrm{eV}] = \frac{8.187 \times 10^{-14}\ \mathrm{J}}{1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 0.511\ \mathrm{MeV}$$

である。また、換算プランク定数 $\hbar$ と真空中の光速 c との積は

$$\hbar c = (1.055 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}) \times (2.998 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}) = 3.163 \times 10^{-26}\ \mathrm{J \cdot m}$$

より

$$\hbar c[\mathrm{eV \cdot m}] = \frac{3.163 \times 10^{-26}\ \mathrm{J \cdot m}}{1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 0.1974\ \mathrm{eV \cdot \mu m}$$

である。

壁型ポテンシャル

したがって、$V_0 - E = 1\ \mathrm{eV}$ のとき

$$\frac{1}{\gamma^2} = \frac{\hbar^2}{2m(V_0 - E)} = \frac{(0.1974\ \mathrm{eV}\cdot\mathrm{\mu m})^2}{2 \times 0.511\ \mathrm{MeV} \times 1\ \mathrm{eV}} = 3.81 \times 10^{-8}\ \mathrm{\mu m}^2$$

より

$$\gamma^{-1} = 1.95 \times 10^{-4}\ \mathrm{\mu m} = 0.195\ \mathrm{nm}$$

となり、$0.2\ \mathrm{nm}$ 程度であることがわかる。

無限に深い井戸型ポテンシャル

ポテンシャルエネルギーが

$$V(x) = \begin{cases} 0 & (0 < x < L) \\ \infty & (x < 0, x > L) \end{cases}$$

で表される場合を考える。この場合は、$x < 0, x > L$ において、$\psi(x) = 0$ となる。
$0 < x < L$ においては、

$$\frac{\mathrm{d}^2\psi(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi(x)$$

より、$k^2 = 2mE/\hbar^2$ として

$$\psi(x) = A\cos kx + B\sin kx$$

となる。ただし、A, B は定数である。

ここで、$x = 0$ において $\psi(x)$ が連続であるとすると

$$A\cos(k \cdot 0) + B\sin(k \cdot 0) = 0 \qquad \therefore A = 0$$

無限に深い井戸型ポテンシャル

また、$x = L$ において $\psi(x)$ が連続であるとすると

$$B\sin kL = 0 \qquad \therefore k = \frac{n\pi}{L} \quad (n = 1, 2, \cdots)$$

となる。したがって、

$$\psi(x) = B\sin\frac{n\pi x}{L}$$

である。さらに、$0 < x < L$ における存在確率の総和が 1 であることから

$$1 = \int_0^L |\psi|^2 \mathrm{d}x = B^2\int_0^L \sin^2\frac{n\pi x}{L}\mathrm{d}x = \frac{B^2}{2}\int_0^L \left(1 - \cos\frac{2n\pi x}{L}\right)\mathrm{d}x$$

$$= \frac{B^2}{2}\left[x - \frac{L}{2n\pi}\sin\frac{2n\pi x}{L}\right]_0^L = \frac{B^2 L}{2} \qquad \therefore B = \sqrt{\frac{2}{L}}$$

無限に深い井戸型ポテンシャル

以上より、$0 < x < L$ における波動関数は

$$\psi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\frac{n\pi x}{L} \qquad (n = 1, 2, \cdots)$$

であり、そのエネルギーは

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2mL^2}n^2 = \frac{h^2}{8mL^2}n^2$$

となる。$x = 0$ と $x = L$ において $\psi(x)$ が連続であるという境界条件から、井戸型ポテンシャルに束縛された粒子のエネルギーは連続量ではなく、離散的な値をとることになる。すなわち、固有エネルギーは量子化されている。ここで、整数 n を量子数という。

無限に深い井戸型ポテンシャル

離散的なエネルギーの間隔が、どの程度かを見積もってみる。

電子の場合、その質量 m をエネルギーに換算して電子ボルト（eV）単位で表すと

$$mc^2[\mathrm{eV}] = 0.511\ \mathrm{MeV}$$

である。また、プランク定数 h と真空中の光速 c との積は

$$hc = (6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}) \times (2.998 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}) = 1.986 \times 10^{-25}\ \mathrm{J \cdot m}$$

より

$$hc[\mathrm{eV \cdot m}] = \frac{1.986 \times 10^{-25}\ \mathrm{J \cdot m}}{1.602 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 1.240\ \mathrm{eV \cdot \mu m}$$

である。したがって、無限に深い井戸型ポテンシャルの $n = 1$ と $n = 2$ のエネルギー差は、$L = 1\ \mathrm{nm}$ のとき

$$\Delta E = \frac{h^2}{8mL^2} 2^2 - \frac{h^2}{8mL^2} 1^2 = \frac{3h^2}{8mL^2} = \frac{3 \times (1.240\ \mathrm{eV \cdot \mu m})^2}{8 \times 0.511\ \mathrm{MeV} \times (1\ \mathrm{nm})^2} = 1.13\ \mathrm{eV}$$

である。

まとめ

- ✓ 波動関数の波長 λ、周波数 ν(または波数 $k=2\pi/\lambda$、角周波数 $\omega=2\pi\nu$)と、ミクロな粒子の運動量 p、エネルギー E との間に、ド・ブロイ–アインシュタインの関係式
$p=\dfrac{h}{\lambda}=\hbar k,\quad E=h\nu=\hbar\omega$ が成り立つ。
- ✓ 波動関数が位置のみの関数 $\psi(\boldsymbol{r})$ と時間のみの関数 $\phi(t)$ に変数分離できるとき、シュレーディンガー方程式は $\left\{-\dfrac{\hbar^2}{2m}\boldsymbol{\nabla}^2+V(\boldsymbol{r})\right\}\psi(\boldsymbol{r})=E\psi(\boldsymbol{r}),\quad i\hbar\dfrac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}=E\phi(t)$
となる。
- ✓ 壁型ポテンシャルのエネルギーの高さが有限の場合には、波動関数が壁の外にしみ出す。
- ✓ 井戸型ポテンシャルで束縛された粒子のエネルギーは、波動関数の境界条件から、連続量ではなく、離散的な値をとる。

参考文献

- 小口武彦(編)「物理学D(原子物理学)」槇書店、1985
- 阿部龍蔵「量子力学入門(物理テキストシリーズ 6)」岩波書店、1987
- マルコム・E・ラインズ「物理と数学の不思議な関係」(青木薫 訳)早川書房、2004
- 岸野正剛「直感でわかるシュレーディンガー方程式」丸善出版、2012
- 小野行徳「電子・物性系のための量子力学」森北出版、2015