

ラグビーボールは  
真に楕円か？

渡邊 俊夫

# ラグビーボールの規格

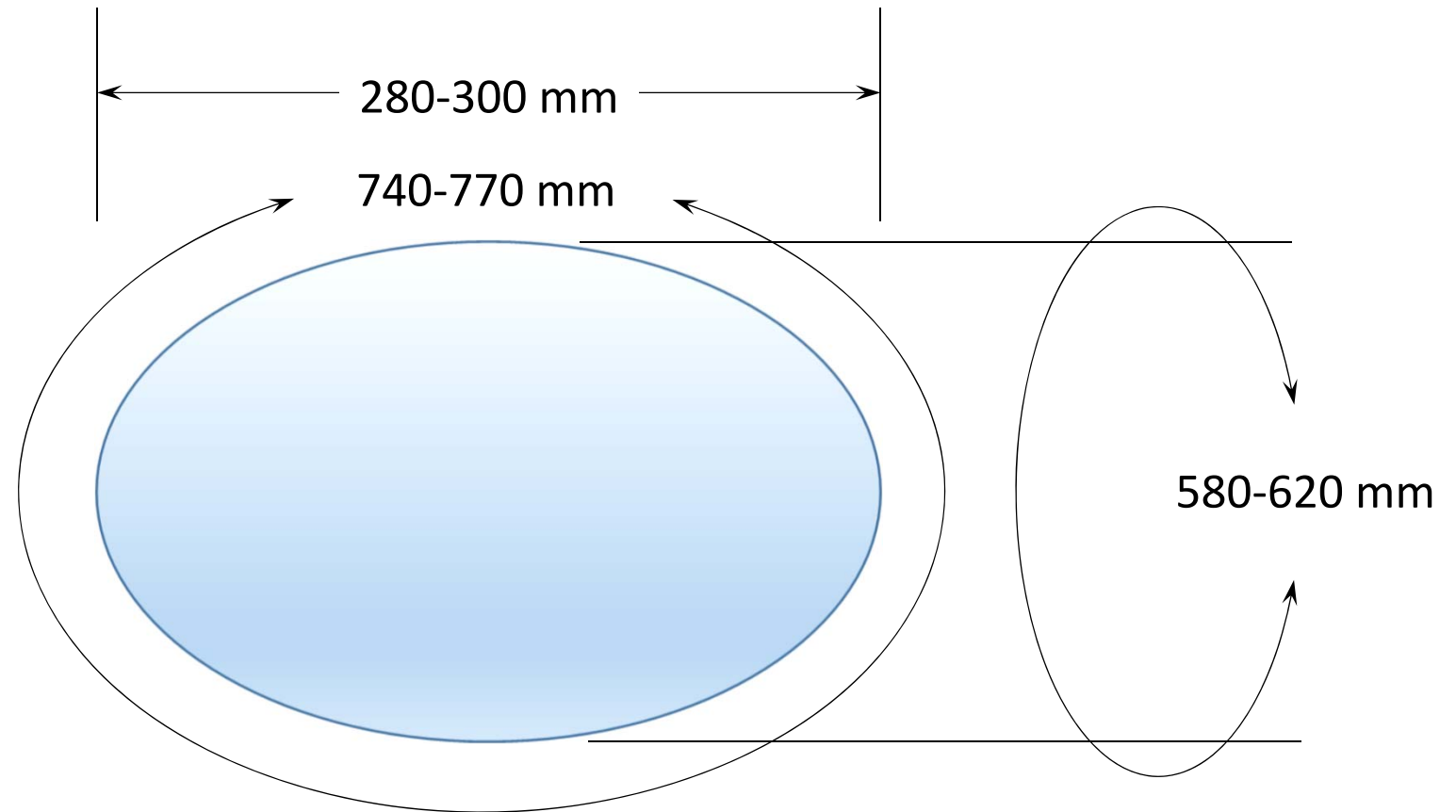
ラグビーボールは、競技規則により、楕円形であって、その大きさは

長直径 280-300 mm

長周長 740-770 mm

短周長 580-620 mm

であると定められている。



## 楕円の形状

ラグビーボールの規格の中央値をとり、長直径を  $2a = 290$  mm、短周長を 600 mm とすると、短直径は

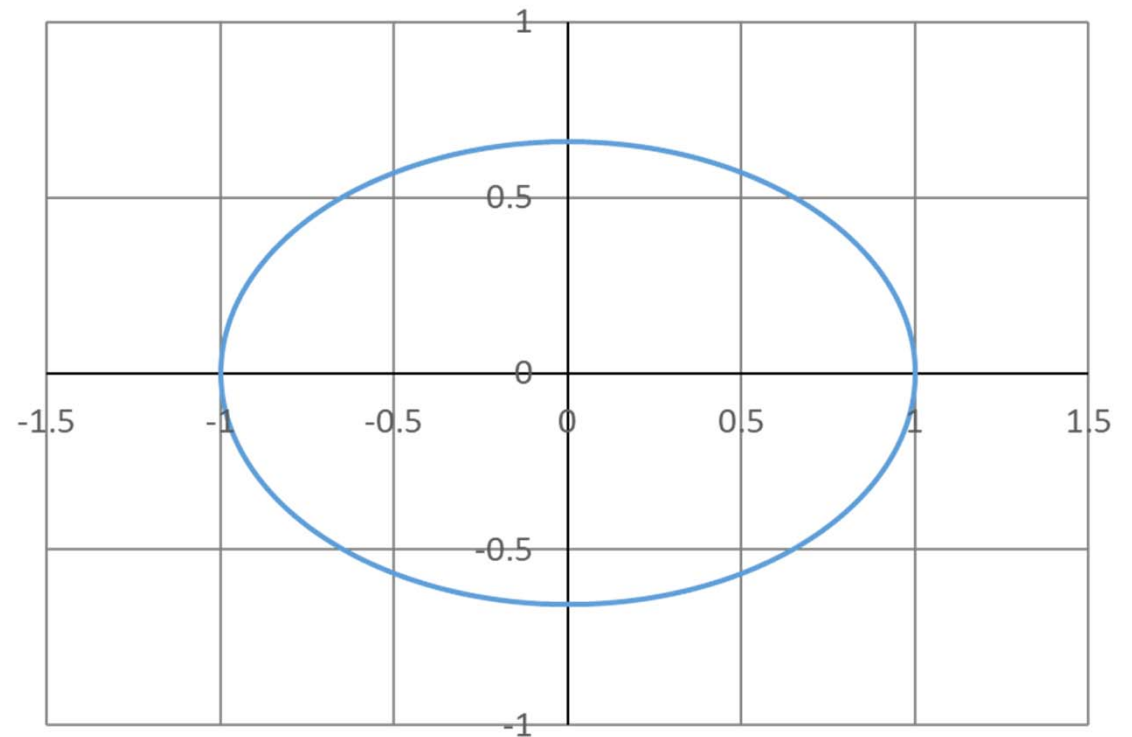
$$2b = \frac{600 \text{ mm}}{\pi} = 190.99 \text{ mm}$$

となる。このとき、長直径と短直径の比は

$$\frac{2b}{2a} = \frac{190.99 \text{ mm}}{290 \text{ mm}} = 0.6586$$

である。

ラグビーボールが真に楕円だとすれば、その形状は右図のようになる。



## 楕円の周長

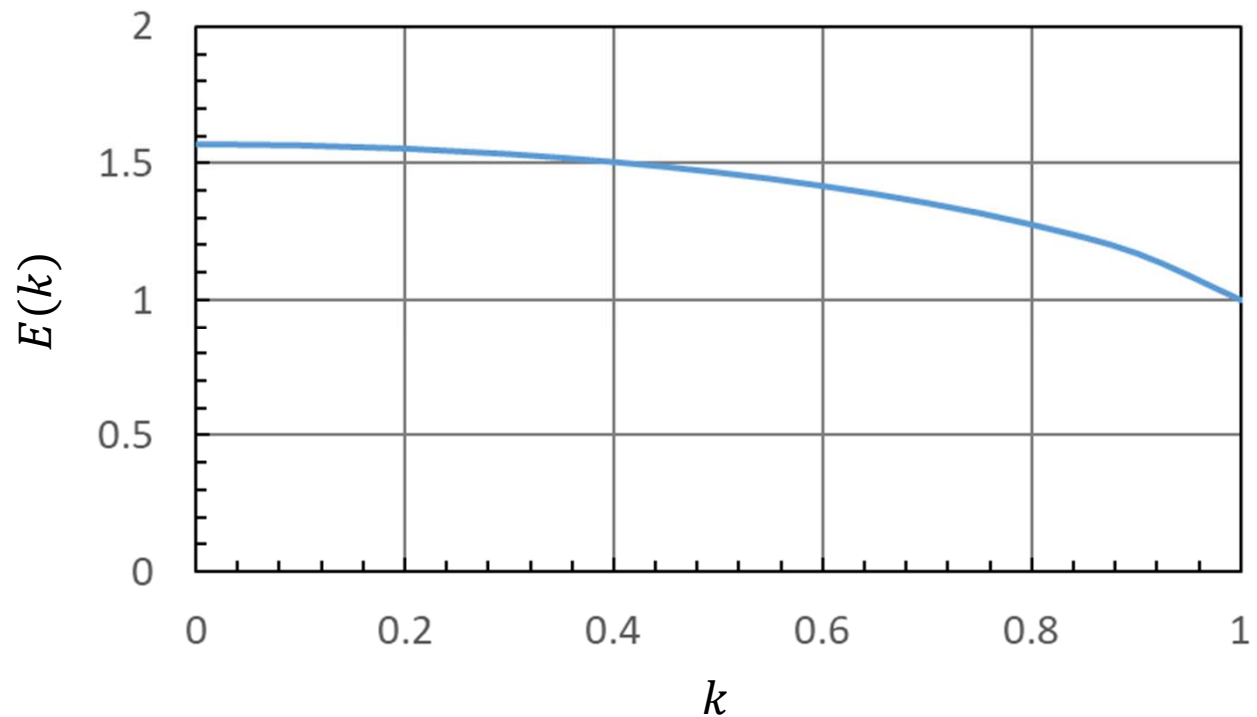
長半径  $a$ 、短半径  $b$  の楕円の周長  $L$  は、第2種完全楕円積分  $E(k)$  を用いて

$$L = 4aE(k) = 4a \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta} d\theta$$

で表される。ここで、

$$k = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

は楕円の離心率である。



## 周長の計算

ラグビーボールが長直径  $2a = 290$  mm、短直径  $2b = 600 \text{ mm}/\pi = 190.99$  mm の楕円だとすると、離心率は

$$k = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \left(\frac{190.99 \text{ mm}}{290 \text{ mm}}\right)^2}$$
$$= \sqrt{1 - 0.6586^2} = 0.7525$$

であり、その周長は

$$L = 4aE(k) = 2 \times 290 \text{ mm} \times 1.31648$$
$$= 763.6 \text{ mm}$$

と計算される。これは、規格の中央値 755 mm より大きく、上限の 770 mm に近い。すなわち、実際のラグビーボールは、真の楕円より長周長がわずかに(1%程度)短いということになる。

