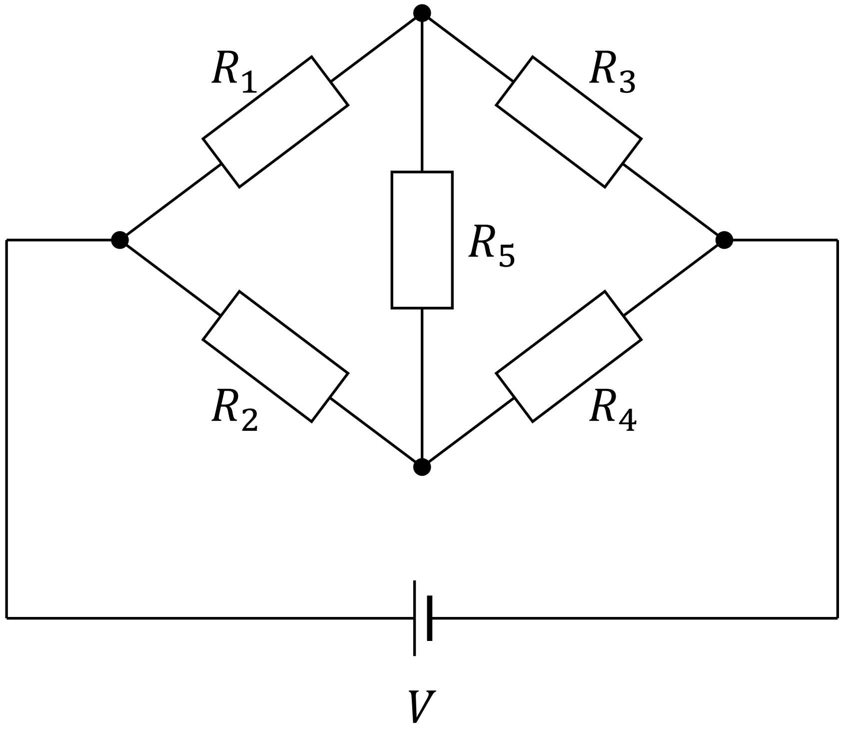
ブリッジ回路の合成抵抗
－４つの解－

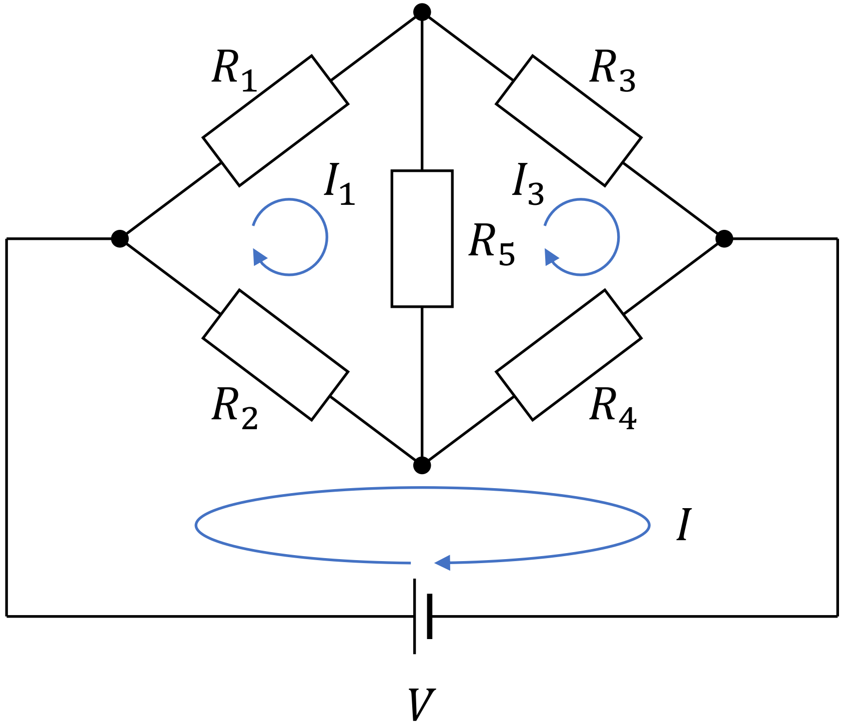
渡邉 俊夫

問題

下図のブリッジ回路の合成抵抗 R を求めなさい。



解 1



各ループを流れる電流をそれぞれ I, I_1, I_3 とすると

$$\begin{cases} V = (I - I_1)R_2 + (I - I_3)R_4 & \cdots ① \\ 0 = I_1R_1 + (I_1 - I_3)R_5 + (I_1 - I)R_2 & \cdots ② \\ 0 = I_3R_3 + (I_3 - I)R_4 + (I_3 - I_1)R_5 & \cdots ③ \end{cases}$$

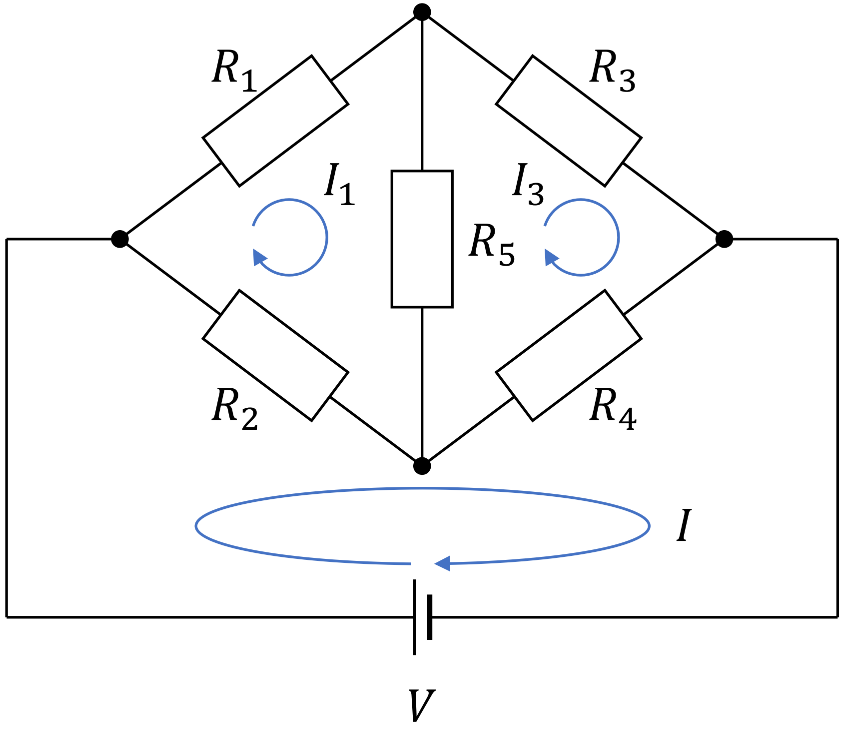
より

$$\begin{cases} V = I(R_2 + R_4) - I_1R_2 - I_3R_4 & \cdots ①' \\ 0 = -IR_2 + I_1(R_1 + R_2 + R_5) - I_3R_5 & \cdots ②' \\ 0 = -IR_4 - I_1R_5 + I_3(R_3 + R_4 + R_5) & \cdots ③' \end{cases}$$

これを行列で表すと

$$\begin{pmatrix} R_2 + R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_1 + R_2 + R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_3 + R_4 + R_5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ I_1 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

解 1



ここで、

$$D = \begin{vmatrix} R_2 + R_4 & -R_2 & -R_4 \\ -R_2 & R_1 + R_2 + R_5 & -R_5 \\ -R_4 & -R_5 & R_3 + R_4 + R_5 \end{vmatrix}$$

$$= (R_2 + R_4)(R_1 + R_2 + R_5)(R_3 + R_4 + R_5) - 2R_2R_4R_5 - (R_2 + R_4){R_5}^2 - {R_2}^2(R_3 + R_4 + R_5) - {R_4}^2(R_1 + R_2 + R_5)$$

$$= \left((R_2 + R_4)(R_1 + R_2 + R_3 + R_4) - 2R_2R_4 - {R_2}^2 - {R_4}^2\right)R_5 + (R_2 + R_4)(R_1 + R_2)(R_3 + R_4) - {R_2}^2(R_3 + R_4) - {R_4}^2(R_1 + R_2)$$

$$= (R_1 + R_3)(R_2 + R_4)R_5 + R_1R_2(R_3 + R_4) + (R_1 + R_2)R_3R_4$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} V & -R_2 & -R_4 \\ 0 & R_1 + R_2 + R_5 & -R_5 \\ 0 & -R_5 & R_3 + R_4 + R_5 \end{vmatrix}$$

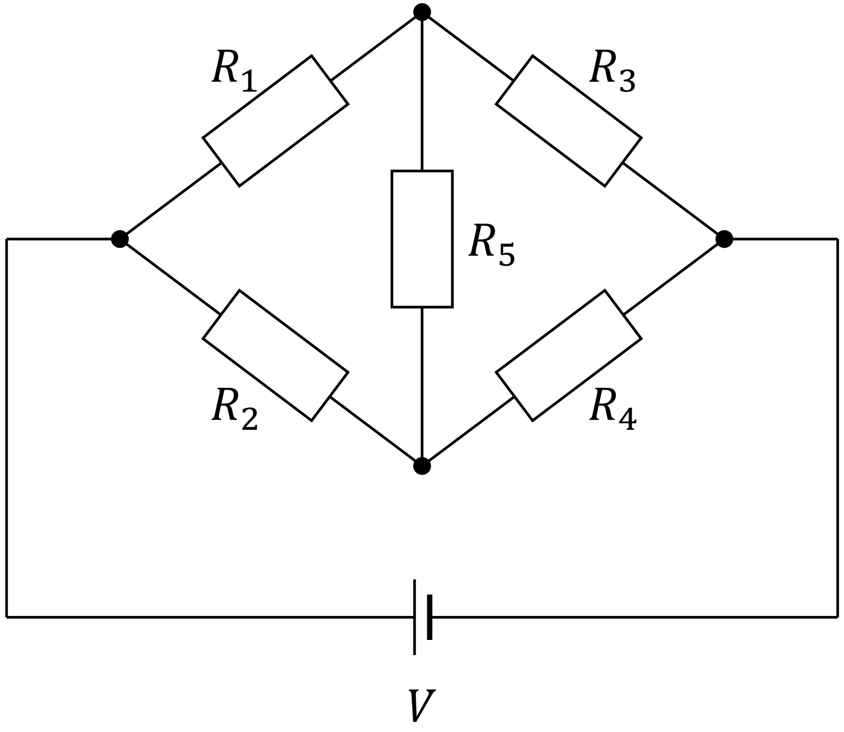
$$= \left((R_1 + R_2 + R_5)(R_3 + R_4 + R_5) - {R_5}^2\right)V$$

$$= \left((R_1 + R_2 + R_3 + R_4)R_5 + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)\right)V$$

したがって、

$$R = \frac{V}{I} = \frac{VD}{D_1} = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)R_5 + R_1R_2(R_3 + R_4) + (R_1 + R_2)R_3R_4}{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)R_5 + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

解 1 の検算



$$R = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)R_5 + R_1R_2(R_3 + R_4) + (R_1 + R_2)R_3R_4}{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)R_5 + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

$R_5 \to \infty$ のときは

$$R = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{(R_1 + R_3) + (R_2 + R_4)}$$

$$\therefore \frac{1}{R} = \frac{(R_2 + R_4) + (R_1 + R_3)}{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)} = \frac{1}{R_1 + R_3} + \frac{1}{R_2 + R_4}$$

これは「R_1 と R_3 の直列」と「R_2 と R_4 の直列」の並列である。

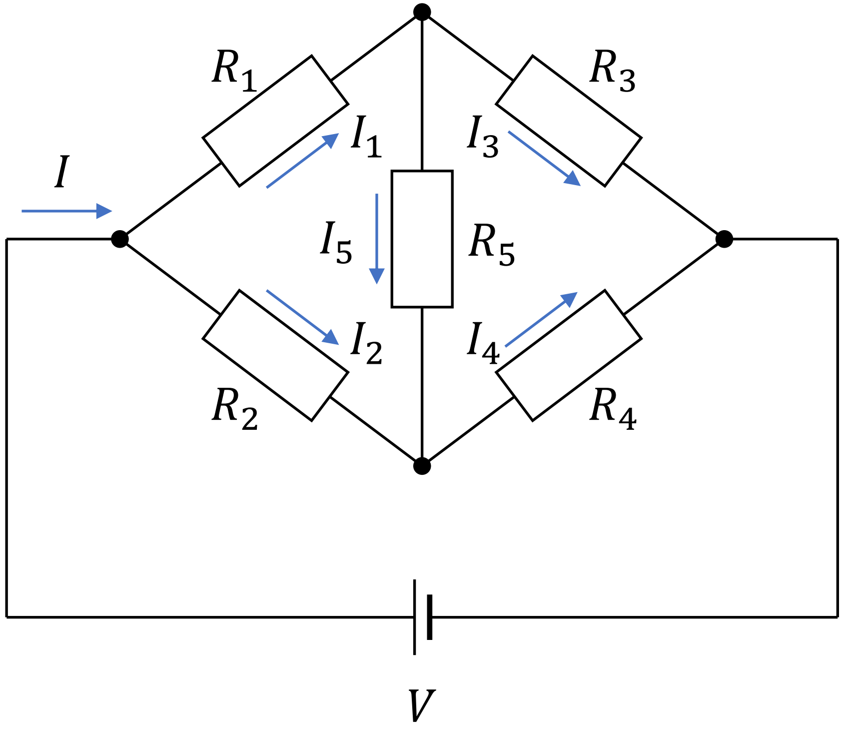
$R_5 = 0$ のときは

$$R = \frac{R_1R_2(R_3 + R_4) + (R_1 + R_2)R_3R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

$$= \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3R_4}{R_3 + R_4}$$

これは「R_1 と R_3 の並列」と「R_2 と R_4 の並列」の直列である。

解 2



各抵抗を流れる電流をそれぞれ I_1, I_2, I_3, I_3, I_5 とすると

$$\begin{cases} V = I_1R_1 + I_3R_3 & \cdots① \\ V = I_2R_2 + I_4R_4 & \cdots①' \\ 0 = I_1R_1 + I_5R_5 - I_2R_2 & \cdots② \\ 0 = I_3R_3 - I_4R_4 - I_5R_5 & \cdots③ \end{cases}$$

①より

$$V = I_1R_1 + I_3R_3 = I_1R_1 + (I_1 - I_5)R_3 = I_1(R_1 + R_3) - I_5R_3 \quad \cdots④$$

①′より

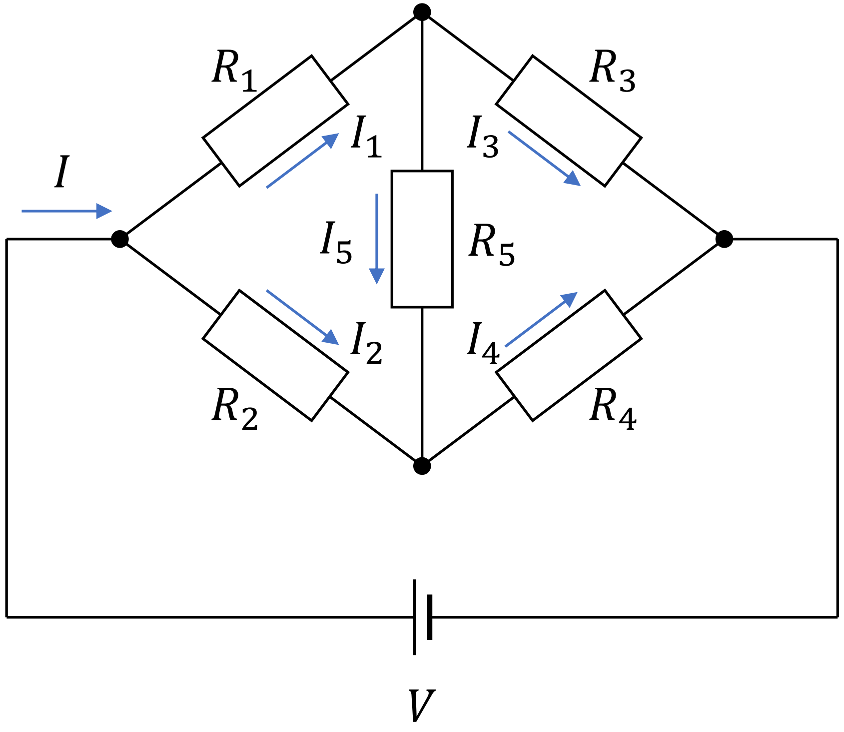
$$V = I_2R_2 + I_4R_4 = I_2R_2 + (I_2 + I_5)R_4 = I_2(R_2 + R_4) + I_5R_4 \quad \cdots⑤$$

④ $\times R_4 +$ ⑤ $\times R_3$ より

$$\begin{aligned} (R_3 + R_4)V &= I_1R_4(R_1 + R_3) + I_2R_3(R_2 + R_4) \\ &= (I_1 + I_2)R_3(R_2 + R_4) + I_1(R_1R_4 - R_2R_3) \end{aligned}$$

$$\therefore V = \frac{R_3(R_2 + R_4)}{R_3 + R_4}(I_1 + I_2) + \frac{R_1R_4 - R_2R_3}{R_3 + R_4}I_1 \quad \cdots⑥$$

解２



②より

$$0 = I_1R_1 - I_2R_2 + I_5R_5 \qquad \cdots ②'$$

③より

$$0 = (I_1 - I_5)R_3 - (I_2 + I_5)R_4 - I_5R_5$$

$$0 = I_1R_3 - I_2R_4 - I_5(R_3 + R_4 + R_5) \qquad \cdots ③'$$

②'③'より、I_5 を消去すると

$$I_1(R_1(R_3 + R_4 + R_5) + R_3R_5) = I_2(R_2(R_3 + R_4 + R_5) + R_4R_5)$$

これより

$$\frac{I_1 + I_2}{I_1} = 1 + \frac{I_2}{I_1} = 1 + \frac{R_1(R_3 + R_4 + R_5) + R_3R_5}{R_2(R_3 + R_4 + R_5) + R_4R_5}$$

$$= \frac{R_2(R_3 + R_4 + R_5) + R_4R_5 + R_1(R_3 + R_4 + R_5) + R_3R_5}{R_2(R_3 + R_4 + R_5) + R_4R_5}$$

$$= \frac{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)R_5 + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}{(R_2 + R_4)R_5 + R_2(R_3 + R_4)} \qquad \cdots ⑦$$

⑥⑦より

$$R = \frac{V}{I} = \frac{V}{I_1 + I_2} = \frac{R_3(R_2 + R_4)}{R_3 + R_4} + \frac{R_1R_4 - R_2R_3}{R_3 + R_4} \frac{(R_2 + R_4)R_5 + R_2(R_3 + R_4)}{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)R_5 + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

解２の検算

解２の

$$R=\frac{R_3(R_2+R_4)}{R_3+R_4}+\frac{R_1R_4-R_2R_3}{R_3+R_4}\frac{(R_2+R_4)R_5+R_2(R_3+R_4)}{(R_1+R_2+R_3+R_4)R_5+(R_1+R_2)(R_3+R_4)}$$

を通分すると、分子は

$$R_3(R_2+R_4)\big((R_1+R_2+R_3+R_4)R_5+(R_1+R_2)(R_3+R_4)\big)+(R_1R_4-R_2R_3)\big((R_2+R_4)R_5+R_2(R_3+R_4)\big)$$

$$=(R_2+R_4)\big(R_3(R_1+R_2+R_3+R_4)+(R_1R_4-R_2R_3)\big)R_5$$
$$+(R_3+R_4)(R_3(R_2+R_4)(R_1+R_2)+(R_1R_4-R_2R_3)R_2)$$

$$=(R_2+R_4)(R_1R_3+R_3(R_3+R_4)+R_1R_4)R_5+(R_3+R_4)(R_1R_2R_3+R_3R_4(R_1+R_2)+R_1R_2R_4)$$

$$=(R_2+R_4)(R_1+R_3)(R_3+R_4)R_5+(R_3+R_4)\big(R_1R_2(R_3+R_4)+R_3R_4(R_1+R_2)\big)$$

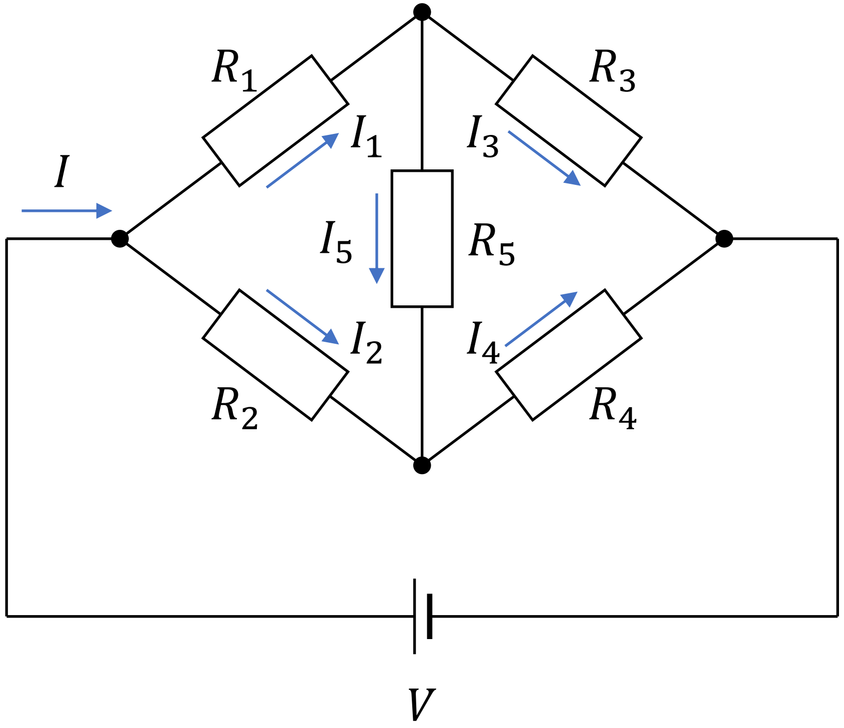
$$=(R_3+R_4)(R_1+R_3)(R_2+R_4)R_5+(R_3+R_4)(R_1R_2(R_3+R_4)+(R_1+R_2)R_3R_4)$$

だから

$$R=\frac{(R_1+R_3)(R_2+R_4)R_5+R_1R_2(R_3+R_4)+R_3R_4(R_1+R_2)}{(R_1+R_2+R_3+R_4)R_5+(R_1+R_2)(R_3+R_4)}$$

となり、解１と一致する。

解 3



各抵抗を流れる電流をそれぞれ I_1, I_2, I_3, I_3, I_5 とすると

$$\begin{cases} V = I_1R_1 + I_3R_3 & \cdots ① \\ V = I_2R_2 + I_4R_4 & \cdots ①' \\ 0 = I_1R_1 + I_5R_5 - I_2R_2 & \cdots ② \\ 0 = I_3R_3 - I_4R_4 - I_5R_5 & \cdots ③ \end{cases}$$

①より

$$V = I_1R_1 + I_3R_3 = I_1R_1 + (I_1 - I_5)R_3 = I_1(R_1 + R_3) - I_5R_3 \quad \cdots ④$$

①′より

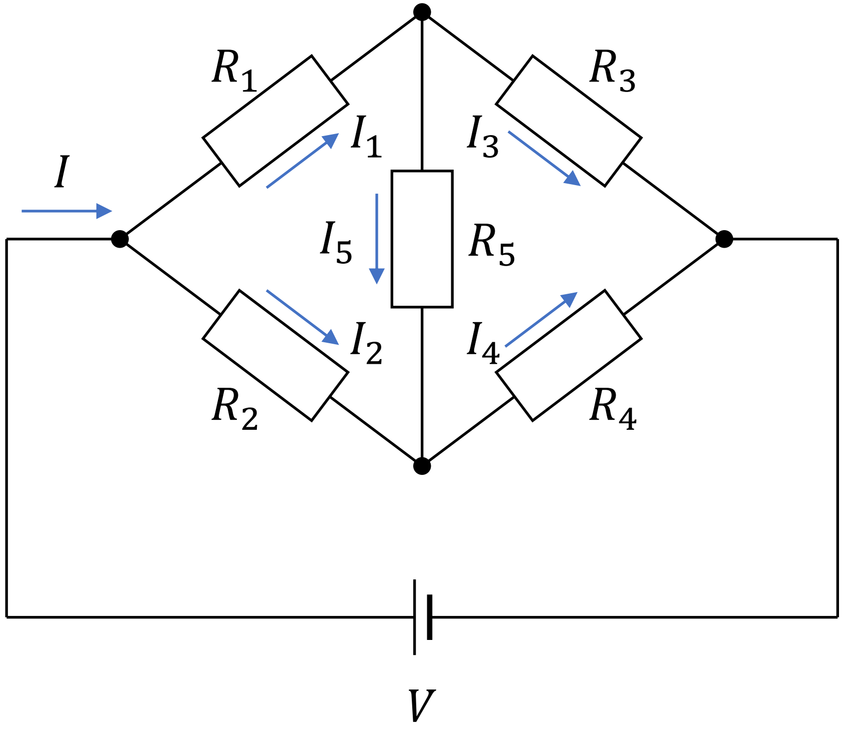
$$V = I_2R_2 + I_4R_4 = I_2R_2 + (I_2 + I_5)R_4 = I_2(R_2 + R_4) + I_5R_4 \quad \cdots ⑤$$

④ $\times (R_2 + R_4) +$ ⑤ $\times (R_1 + R_3)$ より

$$\begin{aligned}(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)V &= (I_1 + I_2)(R_1 + R_3)(R_2 + R_4) \\ &\quad + I_5\big(R_4(R_1 + R_3) - R_3(R_2 + R_4)\big) \\ &= (R_1 + R_3)(R_2 + R_4)(I_1 + I_2) \\ &\quad + (R_1R_4 - R_2R_3)I_5\end{aligned}$$

$$\therefore V = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)(I_1 + I_2) + (R_1R_4 - R_2R_3)I_5}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \quad \cdots ⑥$$

解 3



②より

$$0 = I_1R_1 - I_2R_2 + I_5R_5 \qquad \cdots ②'$$

③より

$$0 = (I_1 - I_5)R_3 - (I_2 + I_5)R_4 - I_5R_5$$

$$0 = I_1R_3 - I_2R_4 - I_5(R_3 + R_4 + R_5) \qquad \cdots ③'$$

②$'\times R_4 -$ ③$'\times R_2$ より

$$0 = I_1(R_1R_4 - R_2R_3) + I_5\big(R_4R_5 + R_2(R_3 + R_4 + R_5)\big) \qquad \cdots ⑦$$

②$'\times R_3 -$ ③$'\times R_1$ より

$$0 = I_2(R_1R_4 - R_2R_3) + I_5\big(R_3R_5 + R_1(R_3 + R_4 + R_5)\big) \qquad \cdots ⑧$$

⑦⑧より

$$I_5 = -\frac{(I_1 + I_2)(R_1R_4 - R_2R_3)}{(R_3 + R_4)R_5 + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4 + R_5)}$$

$$= -\frac{(I_1 + I_2)(R_1R_4 - R_2R_3)}{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)R_5 + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \qquad \cdots ⑨$$

⑥⑨より

$$R = \frac{V}{I} = \frac{V}{I_1 + I_2} = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} - \frac{(R_1R_4 - R_2R_3)^2}{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)\big((R_1 + R_2 + R_3 + R_4)R_5 + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)\big)}$$

解３の検算

解３の

$$R=\frac{(R_1+R_3)(R_2+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4}-\frac{(R_1R_4-R_2R_3)^2}{(R_1+R_2+R_3+R_4)\big((R_1+R_2+R_3+R_4)R_5+(R_1+R_2)(R_3+R_4)\big)}$$

を通分すると、分子は

$$\begin{aligned}
&(R_1+R_3)(R_2+R_4)\big((R_1+R_2+R_3+R_4)R_5+(R_1+R_2)(R_3+R_4)\big)-(R_1R_4-R_2R_3)^2\\
&=(R_1+R_3)(R_2+R_4)(R_1+R_2+R_3+R_4)R_5+(R_1+R_3)(R_2+R_4)(R_1+R_2)(R_3+R_4)-(R_1R_4-R_2R_3)^2\\
&=(R_1+R_2+R_3+R_4)(R_1+R_3)(R_2+R_4)R_5\\
&\qquad+(R_1R_4+R_2R_3+R_1R_2+R_3R_4)(R_1R_4+R_2R_3+R_1R_3+R_2R_4)-(R_1R_4-R_2R_3)^2\\
&=(R_1+R_2+R_3+R_4)(R_1+R_3)(R_2+R_4)R_5+(R_1R_4+R_2R_3)^2-(R_1R_4-R_2R_3)^2\\
&\qquad+(R_1R_2+R_3R_4+R_1R_3+R_2R_4)(R_1R_4+R_2R_3)+(R_1R_2+R_3R_4)(R_1R_3+R_2R_4)\\
&=(R_1+R_2+R_3+R_4)(R_1+R_3)(R_2+R_4)R_5+4R_1R_2R_3R_4\\
&\qquad+R_1R_1R_2R_4+R_1R_3R_4R_4+R_1R_1R_3R_4+R_1R_2R_4R_4+R_1R_2R_2R_3+R_2R_3R_3R_4+R_1R_2R_3R_3+R_2R_2R_3R_4\\
&\qquad+R_1R_1R_2R_3+R_1R_3R_3R_4+R_1R_2R_2R_4+R_2R_3R_4R_4\\
&=(R_1+R_2+R_3+R_4)(R_1+R_3)(R_2+R_4)R_5\\
&\qquad+R_1R_1R_2R_3+R_1R_2R_2R_3+R_1R_2R_3R_3+R_1R_2R_3R_4+R_1R_1R_2R_4+R_1R_2R_2R_4+R_1R_2R_3R_4+R_1R_2R_4R_4\\
&\qquad+R_1R_1R_3R_4+R_1R_2R_3R_4+R_1R_3R_3R_4+R_1R_3R_4R_4+R_1R_2R_3R_4+R_2R_2R_3R_4+R_2R_3R_3R_4+R_2R_3R_4R_4
\end{aligned}$$

解３の検算

$$= (R_1+R_2+R_3+R_4)(R_1+R_3)(R_2+R_4)R_5 + (R_1+R_2+R_3+R_4)(R_1R_2R_3 + R_1R_2R_4 + R_1R_3R_4 + R_2R_3R_4)$$

$$= (R_1+R_2+R_3+R_4)(R_1+R_3)(R_2+R_4)R_5 + (R_1+R_2+R_3+R_4)\big(R_1R_2(R_3+R_4) + R_3R_4(R_1+R_2)\big)$$

だから

$$R = \frac{(R_1+R_3)(R_2+R_4)R_5 + R_1R_2(R_3+R_4) + R_3R_4(R_1+R_2)}{(R_1+R_2+R_3+R_4)R_5 + (R_1+R_2)(R_3+R_4)}$$

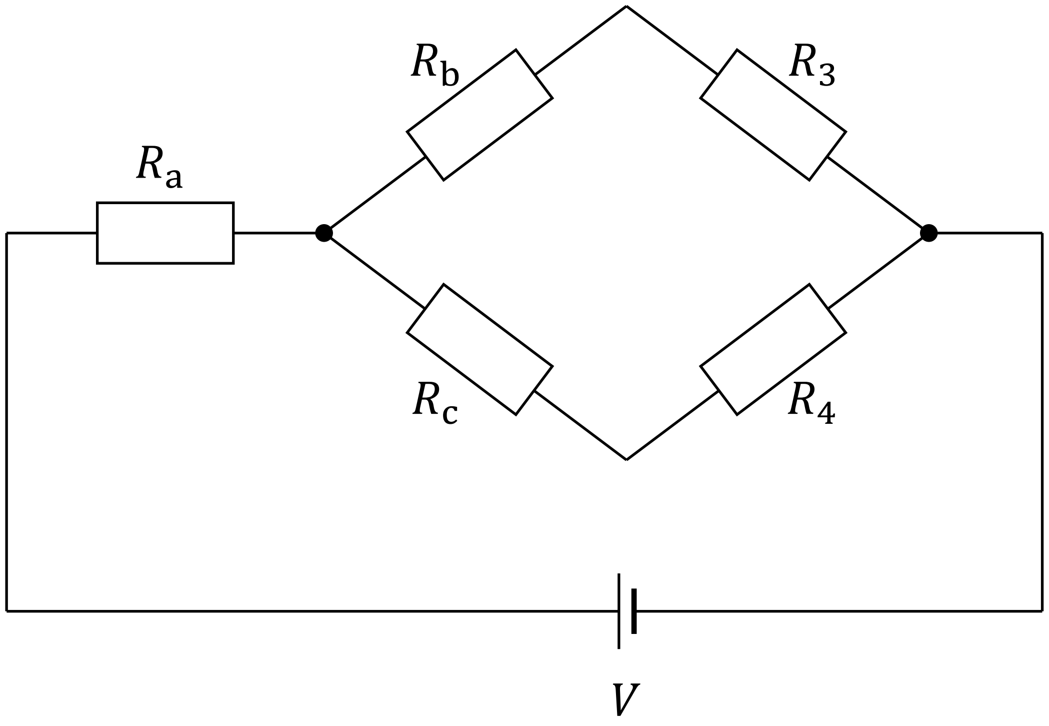
となり、解１と一致する。

また、解３の第１項は、$R_1R_4 = R_2R_3$ のとき

$$\frac{(R_1+R_3)(R_2+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4} = \frac{\left(\frac{R_2R_3}{R_4}+R_3\right)(R_2+R_4)}{\frac{R_2R_3}{R_4}+R_2+R_3+R_4} = \frac{\left(\frac{R_2}{R_4}+1\right)R_3(R_2+R_4)}{\left(\frac{R_2}{R_4}+1\right)R_3 + \left(\frac{R_2}{R_4}+1\right)R_4} = \frac{R_3(R_2+R_4)}{R_3+R_4}$$

となる。これは、解２の第１項である。

解 4



抵抗 R_1, R_2, R_5 を Δ-Y変換すると

$$R_a = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2 + R_5}$$

$$R_b = \frac{R_5R_1}{R_1 + R_2 + R_5}$$

$$R_c = \frac{R_2R_5}{R_1 + R_2 + R_5}$$

であるから

$$R = R_a + \frac{(R_b + R_3)(R_c + R_4)}{(R_b + R_3) + (R_c + R_4)}$$

$$= R_a + \frac{(R_3 + R_b)(R_4 + R_c)}{R_3 + R_4 + R_b + R_c}$$

$$= \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2 + R_5} + \frac{\left(R_3 + \frac{R_5R_1}{R_1 + R_2 + R_5}\right)\left(R_4 + \frac{R_2R_5}{R_1 + R_2 + R_5}\right)}{(R_3 + R_4) + \frac{R_5R_1}{R_1 + R_2 + R_5} + \frac{R_2R_5}{R_1 + R_2 + R_5}}$$

解 4

したがって、

$$R=\frac{1}{R_1+R_2+R_5}\left\{R_1R_2+\frac{(R_3(R_1+R_2+R_5)+R_5R_1)(R_4(R_1+R_2+R_5)+R_2R_5)}{(R_3+R_4)(R_1+R_2+R_5)+R_5R_1+R_2R_5}\right\}$$

$$=\frac{1}{R_1+R_2+R_5}\left\{R_1R_2+\frac{\big((R_1+R_3)R_5+(R_1+R_2)R_3\big)\big((R_2+R_4)R_5+(R_1+R_2)R_4\big)}{(R_1+R_2+R_3+R_4)R_5+(R_1+R_2)(R_3+R_4)}\right\}$$

を得る。

検算のため、この式の｛　｝内を通分すると、分子は

$$R_1R_2\big((R_1+R_2+R_3+R_4)R_5+(R_1+R_2)(R_3+R_4)\big)$$
$$+\big((R_1+R_3)R_5+(R_1+R_2)R_3\big)\big((R_2+R_4)R_5+(R_1+R_2)R_4\big)$$

$$=(R_1+R_3)(R_2+R_4){R_5}^2+(R_1R_2(R_1+R_2+R_3+R_4)+(R_1+R_3)(R_1+R_2)R_4+(R_1+R_2)(R_2+R_4)R_3)R_5$$
$$+R_1R_2(R_1+R_2)(R_3+R_4)+(R_1+R_2)^2R_3R_4$$

$$=(R_1+R_3)(R_2+R_4){R_5}^2+\big((R_1R_2+(R_1+R_2)R_4)(R_1+R_3)+(R_1R_2+(R_1+R_2)R_3)(R_2+R_4)\big)R_5$$
$$+(R_1+R_2)(R_1R_2(R_3+R_4)+(R_1+R_2)R_3R_4)$$

$$=(R_1+R_3)(R_2+R_4){R_5}^2+\Big((R_1(R_2+R_4)+R_2R_4)(R_1+R_3)+\big(R_1R_3+R_2(R_1+R_3)\big)(R_2+R_4)\Big)R_5$$
$$+(R_1+R_2)(R_1R_2(R_3+R_4)+(R_1+R_2)R_3R_4)$$

解 4

$$
\begin{aligned}
&= (R_1 + R_3)(R_2 + R_4)(R_1 + R_2 + R_5)R_5 + \big(R_2R_4(R_1 + R_3) + R_1R_3(R_2 + R_4)\big)R_5 \\
&\qquad + (R_1 + R_2)(R_1R_2(R_3 + R_4) + (R_1 + R_2)R_3R_4) \\
&= (R_1 + R_2 + R_5)(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)R_5 + (R_1R_2R_4 + R_2R_3R_4 + R_1R_2R_3 + R_1R_3R_4)R_5 \\
&\qquad + (R_1 + R_2)(R_1R_2(R_3 + R_4) + (R_1 + R_2)R_3R_4) \\
&= (R_1 + R_2 + R_5)(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)R_5 + (R_1R_2(R_3 + R_4) + (R_1 + R_2)R_3R_4)R_5 \\
&\qquad + (R_1 + R_2)(R_1R_2(R_3 + R_4) + (R_1 + R_2)R_3R_4) \\
&= (R_1 + R_2 + R_5)(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)R_5 + (R_1 + R_2 + R_5)\big(R_1R_2(R_3 + R_4) + R_3R_4(R_1 + R_2)\big) \\
&= (R_1 + R_2 + R_5)\big((R_1 + R_3)(R_2 + R_4)R_5 + R_1R_2(R_3 + R_4) + (R_1 + R_2)R_3R_4\big)
\end{aligned}
$$

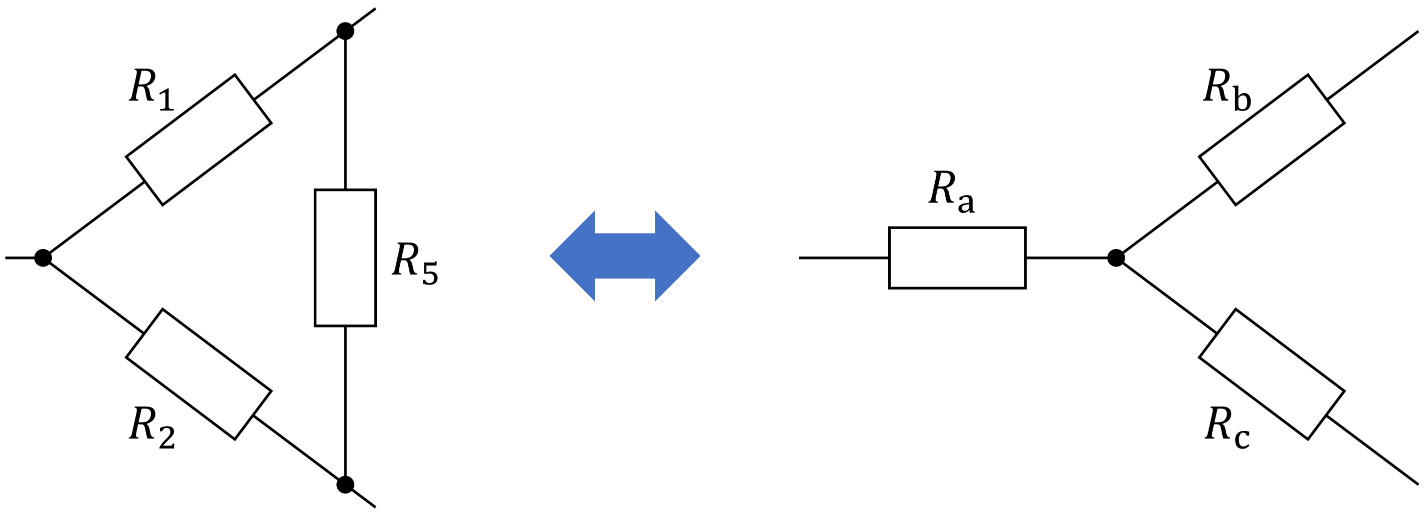
だから

$$
R = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)R_5 + R_1R_2(R_3 + R_4) + (R_1 + R_2)R_3R_4}{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)R_5 + (R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}
$$

となり、解１と一致する。

Δ-Y変換

Δ型回路を等価なY型回路に置き換える



端子間の抵抗が等しくなるには

$$R_b + R_c = \frac{R_5(R_1 + R_2)}{R_5 + (R_1 + R_2)} = \frac{R_5R_1 + R_2R_5}{R_1 + R_2 + R_5}$$

$$R_c + R_a = \frac{R_2(R_5 + R_1)}{R_2 + (R_5 + R_1)} = \frac{R_2R_5 + R_1R_2}{R_1 + R_2 + R_5}$$

$$R_a + R_b = \frac{R_1(R_2 + R_5)}{R_1 + (R_2 + R_5)} = \frac{R_1R_2 + R_5R_1}{R_1 + R_2 + R_5}$$

3式の和の半分と各式との差より

$$R_a = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2 + R_5}$$

$$R_b = \frac{R_5R_1}{R_1 + R_2 + R_5}$$

$$R_c = \frac{R_2R_5}{R_1 + R_2 + R_5}$$

逆に

$$R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a = \frac{R_1R_2R_5(R_1 + R_2 + R_5)}{(R_1 + R_2 + R_5)^2} = \frac{R_1R_2R_5}{R_3 + R_4 + R_5}$$

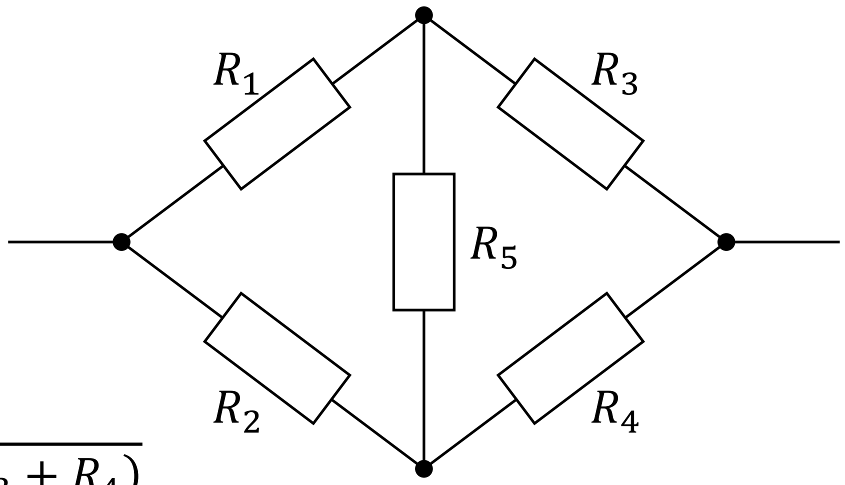
これと R_c, R_b, R_a との比を取ると

$$R_1 = \frac{R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a}{R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a}{R_b}$$

$$R_5 = \frac{R_aR_b + R_bR_c + R_cR_a}{R_a}$$

まとめ



右図のブリッジ回路の合成抵抗は

$$R=\frac{(R_1+R_3)(R_2+R_4)R_5+R_1R_2(R_3+R_4)+(R_1+R_2)R_3R_4}{(R_1+R_2+R_3+R_4)R_5+(R_1+R_2)(R_3+R_4)}$$

$$=\frac{R_3(R_2+R_4)}{R_3+R_4}+\frac{R_1R_4-R_2R_3}{R_3+R_4}\frac{(R_2+R_4)R_5+R_2(R_3+R_4)}{(R_1+R_2+R_3+R_4)R_5+(R_1+R_2)(R_3+R_4)}$$

$$=\frac{(R_1+R_3)(R_2+R_4)}{R_1+R_2+R_3+R_4}-\frac{(R_1R_4-R_2R_3)^2}{(R_1+R_2+R_3+R_4)\big((R_1+R_2+R_3+R_4)R_5+(R_1+R_2)(R_3+R_4)\big)}$$

$$=\frac{1}{R_1+R_2+R_5}\left\{R_1R_2+\frac{\big((R_1+R_3)R_5+(R_1+R_2)R_3\big)\big((R_2+R_4)R_5+(R_1+R_2)R_4\big)}{(R_1+R_2+R_3+R_4)R_5+(R_1+R_2)(R_3+R_4)}\right\}$$

で表される。これらはすべて同値である。

参考文献

- 大野 克郎、西 哲生「大学課程 電気回路(1)」第3版、オーム社、1999
- 坂間 勇、谷 藤祐、山本 義隆「大学入試 必修物理 (下)」駿台文庫、1983
- 西巻 正郎「電気学」森北出版、1973