

方向性結合器の位相

渡邊 俊夫

方向性結合器

方向性結合器が2つの入力ポートの交換に関して対称（上下対称）であるとき、その伝達行列は

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$$

と表される。

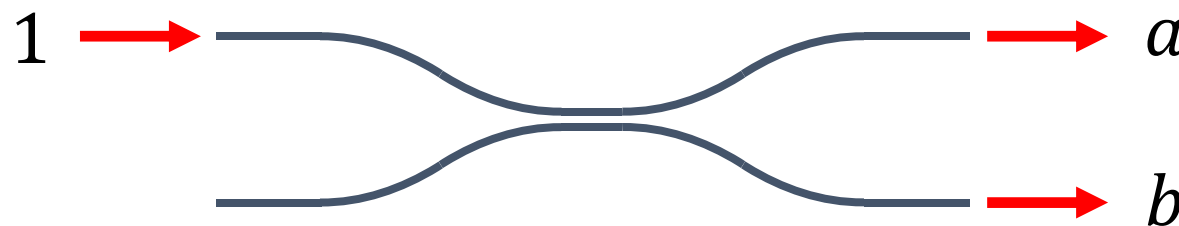
一方の入力ポートに光を入力したとき、2つの光出力電界は

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

であり、光出力パワーの合計は

$$|a|^2 + |b|^2 = aa^* + bb^*$$

となる（これが1に等しい場合は、損失0の方向性結合器である）。



対称マッハ-ツェンダー干渉計

方向性結合器を2つ直列に接続すると(つまり、対称マッハ-ツェンダー干渉計では)、伝達行列は

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & 2ab \\ 2ab & a^2 + b^2 \end{pmatrix}$$

となり、一方のポートに光を入力したときの光出力パワーの合計は

$$\begin{aligned} |a^2 + b^2|^2 + |2ab|^2 &= (a^2 + b^2)(a^2 + b^2)^* + 2ab(2ab)^* \\ &= (a^2 + b^2)(a^{*2} + b^{*2}) + 4aa^*bb^* \\ &= a^2a^{*2} + a^2b^{*2} + a^{*2}b^2 + b^2b^{*2} + 4aa^*bb^* \end{aligned}$$

となる。



光パワーの伝播

方向性結合器を2つ直列に接続したときの光出力パワーの合計

$$a^2 a^{*2} + a^2 b^{*2} + a^{*2} b^2 + b^2 b^{*2} + 4aa^*bb^*$$

が、方向性結合器1つの光出力パワーの合計 $aa^* + bb^*$ の積

$$(aa^* + bb^*)(aa^* + bb^*) = a^2 a^{*2} + 2aa^*bb^* + b^2 b^{*2}$$

に等しくするには

$$a^2 b^{*2} + a^{*2} b^2 + 2aa^*bb^* = 0$$

$$(ab^* + a^*b)^2 = 0 \quad \therefore ab^* + a^*b = 0$$

でなければならない。



方向性結合器の位相差

上下対称な方向性結合器の伝達行列の成分が満たす条件は

$$ab^* + a^*b = 0$$

である。ここで、

$$a = |a|e^{j\theta_a}, b = |b|e^{j\theta_b}$$

とすると

$$|a|e^{j\theta_a}|b|e^{-j\theta_b} + |a|e^{-j\theta_a}|b|e^{j\theta_b} = 0$$

$$e^{j(\theta_a - \theta_b)} + e^{-j(\theta_a - \theta_b)} = 0$$

となるから、 a と b の位相差を $\varphi = \theta_a - \theta_b$ とすれば

$$e^{j\varphi} + e^{-j\varphi} = 0 \quad \therefore 2 \cos \varphi = 0 \quad \therefore \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$$

すなわち、**方向性結合器の2つの出力は 90° 位相がずれている。**

