

工学分野実験・演習
[補足資料]

髪の毛の太さをレーザーで測る

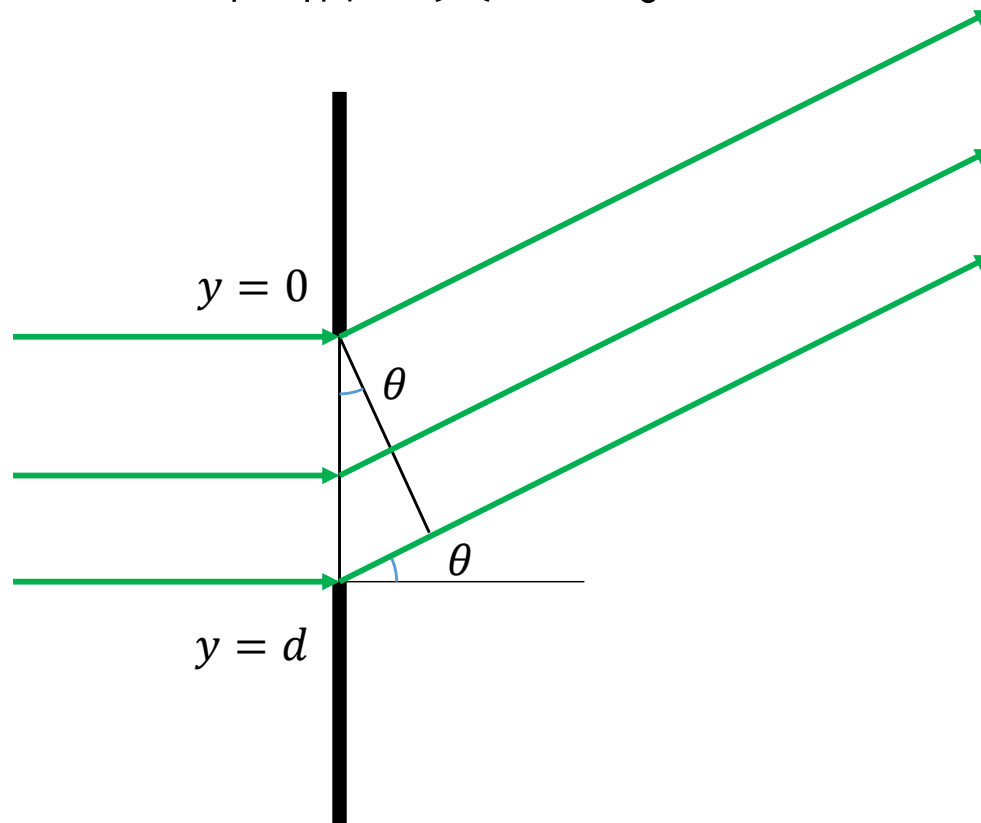
工学部 先進工学科
電気電子工学プログラム
通信システム工学分野

開口部からの回折

まず、幅 d の開口部からの回折を考える。

位置 y からの回折光は、 $y = 0$ からの回折光に対して

$\frac{2\pi}{\lambda} y \sin \theta$ だけ位相が異なる。



回折光の振幅の総和

位置 y からの回折光は、 $y = 0$ からの回折光に対して

$\frac{2\pi}{\lambda} y \sin \theta$ だけ位相が異なるから、その振幅は

$$u(y) = \frac{U_0}{d} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} y \sin \theta \right)$$

したがって、 $y = 0$ から $y = d$ までの回折光の振幅の総和は

$$U = \frac{U_0}{d} \int_0^d u(y) dy = \frac{U_0}{d} \int_0^d \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} y \sin \theta \right) dy$$

回折光の振幅の総和

回折光の振幅の総和は

$$\begin{aligned} U &= \frac{U_0}{d} \int_0^d \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} y \sin \theta \right) dy \\ &= \frac{U_0 \lambda}{2\pi d \sin \theta} \left[\cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} y \sin \theta \right) \right]_{y=0}^{y=d} \\ &= \frac{U_0 \lambda}{2\pi d \sin \theta} \left[\cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta \right) - \cos \omega t \right] \\ &= U_0 \frac{\sin \left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta \right)}{\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta \right) \end{aligned}$$

$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

回折光の強度

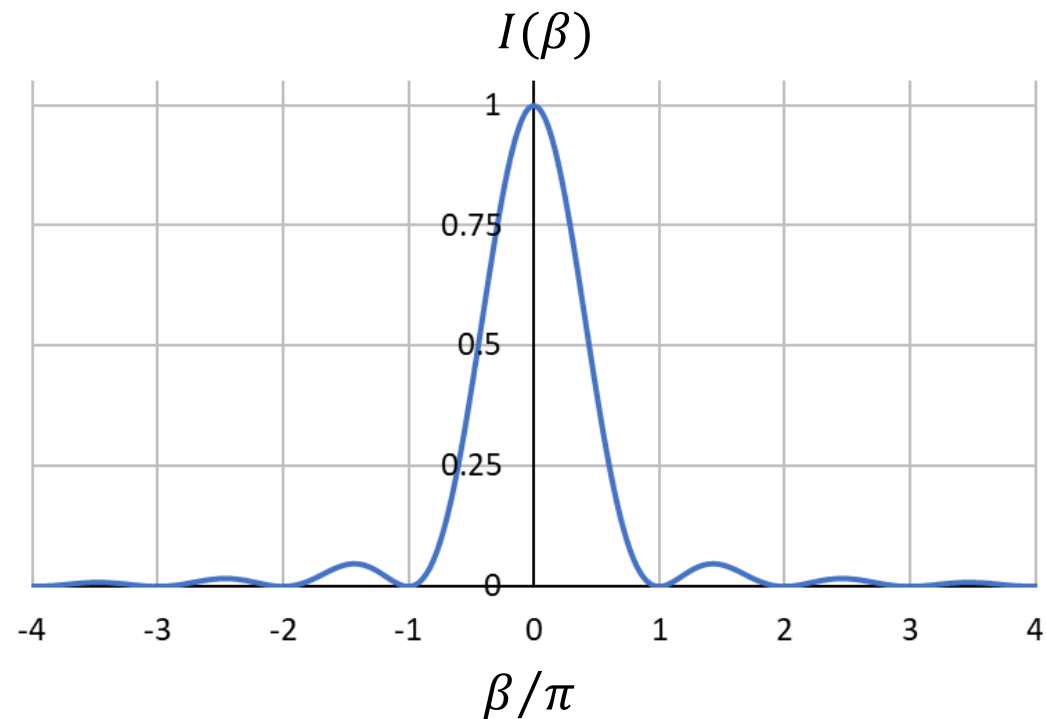
ここで、 $\beta = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta$ とおくと、回折光の振幅の総和は

$$U = U_0 \frac{\sin \left(\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta \right)}{\frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta \right)$$

$$= U_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \sin(\omega t - \beta)$$

したがって、回折光の強度は

$$I \propto \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2$$



暗点と明点

回折光強度は $I \propto \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2$ だから

$$\frac{dI}{d\beta} \propto 2 \frac{\sin \beta}{\beta} \frac{\beta \cos \beta - \sin \beta}{\beta^2} = 0$$

より、強度極小（暗点）となるのは

$$\sin \beta = 0、すなわち \beta = \frac{\pi}{\lambda} d \sin \theta = n\pi$$

$$d \sin \theta = n\lambda \quad (n = \pm 1, \pm 2, \dots)$$

強度極大（明点）となるのは

$$\beta = 0 \text{ および } \beta = \tan \beta$$

暗点の位置

強度極小は

$$d \sin \theta = n\lambda \quad (n = \pm 1, \pm 2, \dots)$$

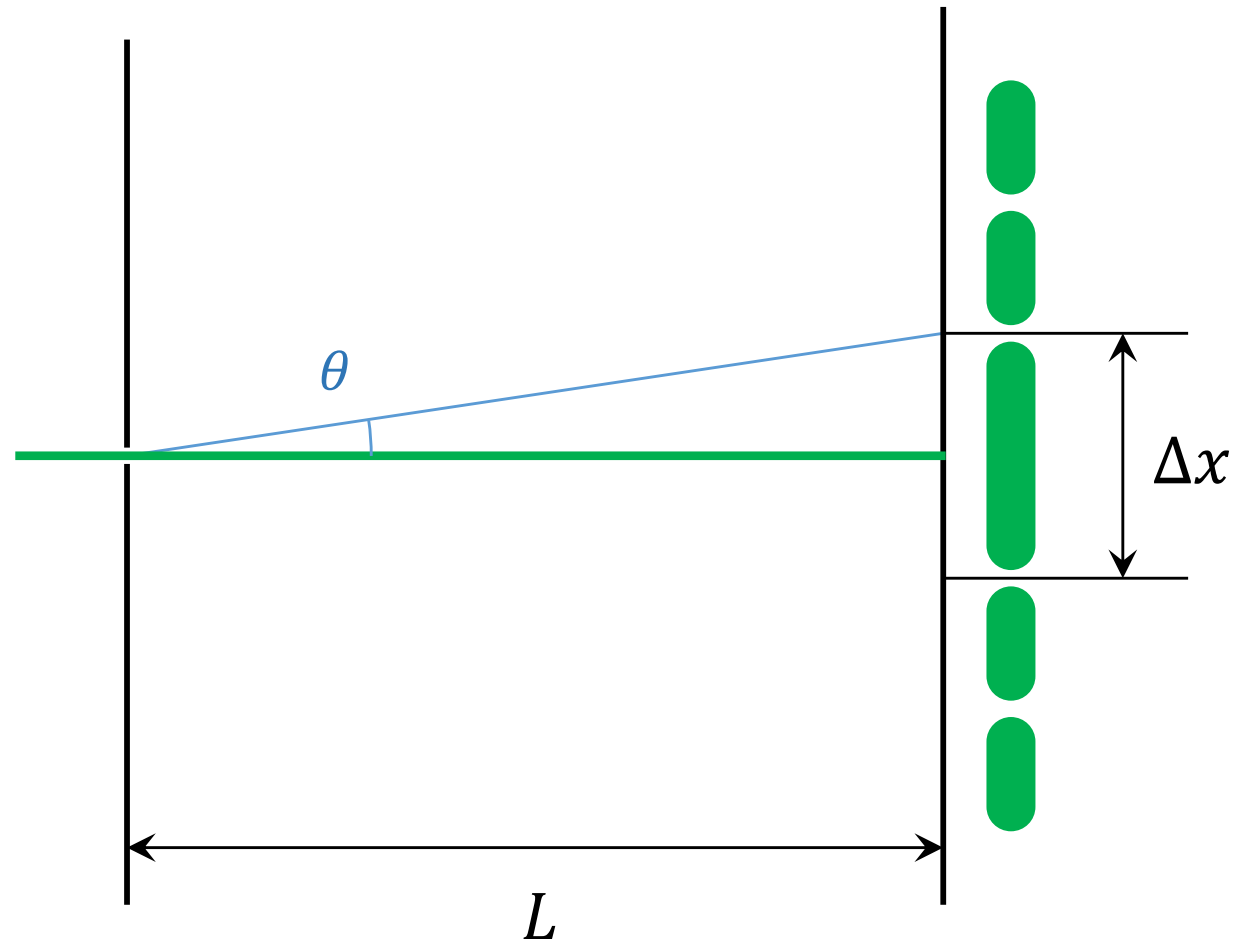
暗点の位置は

$$\sin \theta \cong \tan \theta = \frac{x}{L}$$

と近似すると

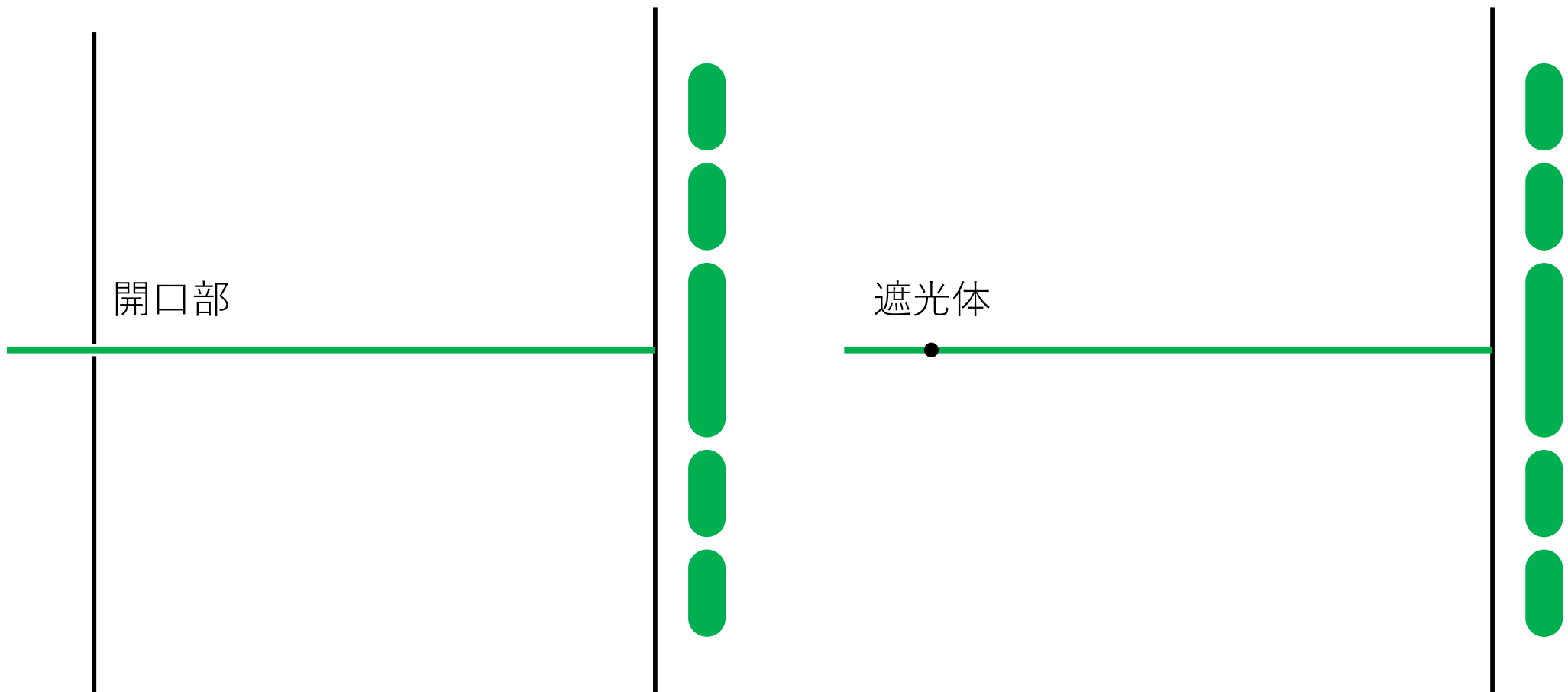
$$d \frac{\Delta x/2}{L} = \lambda$$

$$d = \frac{2L\lambda}{\Delta x}$$



バビネの原理

開口部の回折像と遮光体の回折像は同じになる。
ただし、位相は π 異なる。



参考文献

- 永田 一清、飯尾 勝矩、宮田 保教 編「基礎物理実験」
東京教学社、 pp. 79-87 (1991).