

6 課題 (2016-06-17) 解答例

□問題 1. 次の伝達関数 $G(s)$ のゲイン特性を折れ線近似で描きなさい。(2013-08-02 実施, 期末試験問題)

$$G(s) = \frac{20(1 + 10s)(1 + 0.2s)}{s(1 + s)^2(1 + 0.05s)}$$

- ヒント：まず，周波数伝達関数 $G(j\omega)$ に書き直す。

(解答例) $s \rightarrow j\omega$ の置き換えを行い，周波数伝達関数に書き直すと，

$$G(j\omega) = \frac{20(1 + 10j\omega)(1 + 0.2j\omega)}{j\omega(1 + j\omega)^2(1 + 0.05j\omega)}$$

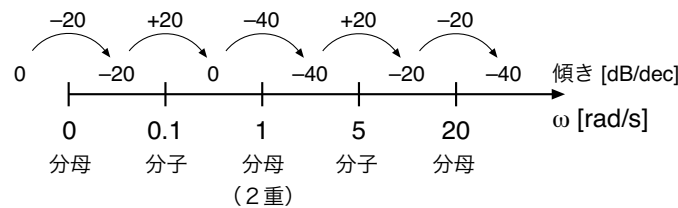
問題の周波数伝達関数は，既に標準形になっている。

折れ点周波数は，次の通り (単位はいずれも [rad/s])。

分母 $j\omega$ から $\omega = 0$; $(1 + j\omega)^2$ から $\omega = 1/1 = 1$ (2重) ; $(1 + 0.05j\omega)$ から $\omega = 1/0.05 = 20$

分子 $(1 + 10j\omega)$ から $\omega = 1/10 = 0.1$; $(1 + 0.2j\omega)$ から $\omega = 1/0.2 = 5$

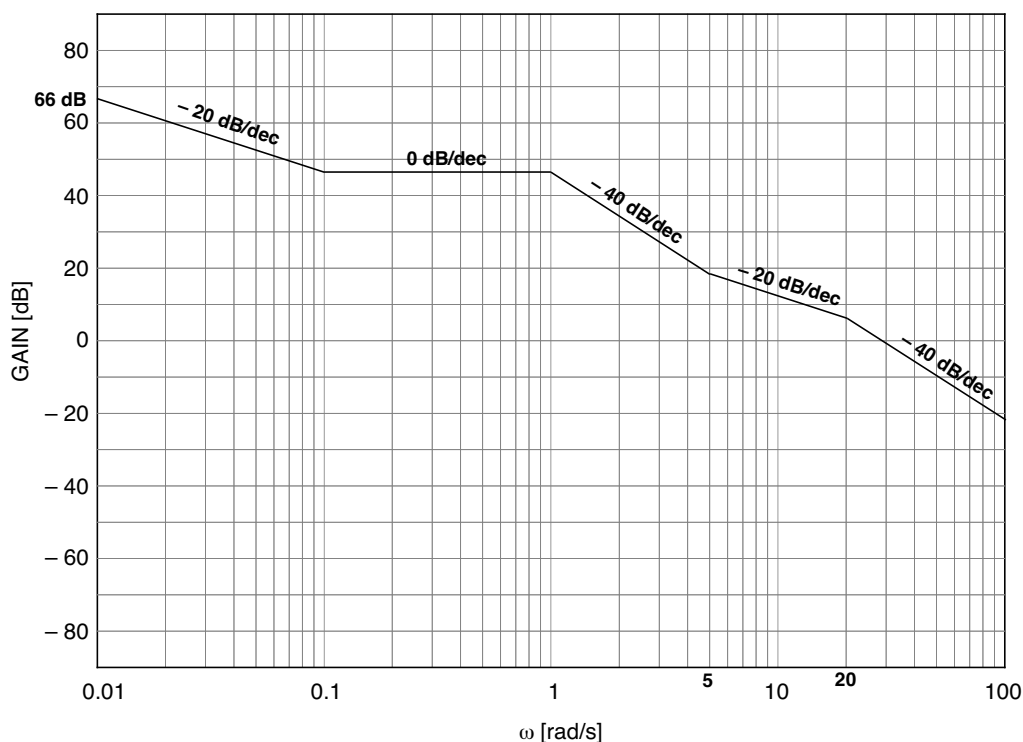
これを低いほうから並べ替えて，折れ点周波数ではさまれた各区間の傾きを調べると，次のようになる。



次に特定の角周波数におけるゲインを近似計算する。 $\omega = 0.01$ では， $1 + 10j\omega \approx 1$, $1 + 0.2j\omega \approx 1$, $1 + j\omega \approx 1$, $1 + 0.05j\omega \approx 1$ と近似できて，

$$20 \log_{10} |G(0.01j)| \approx 20 \log_{10} \left| \frac{20}{0.01j} \right| = 20 \log_{10} (2 \times 10^3) = 20 \log_{10} 2 + 20 \log_{10} 10^3 \approx 66 \text{ dB}$$

以上の結果を折れ線近似でグラフに描くと，次のようになる。



... (答)

【解説】

ボード線図のゲイン特性を折れ線近似で描く問題である。参考までに、計算機で計算したゲイン特性（グレーの太線）と上の折れ線近似による特性の比較を示す。折れ線近似の特性と、ほぼ一致していることが分かる。また、 $\omega = 0.01$ におけるゲインの厳密な値は、

$$20 \log_{10} |G(0.01j)| = 66.0629 \dots \text{ [dB]}$$

であり、最も近い折れ点周波数から 1 桁以上離れると、解答例に示した近似計算のやり方で十分な精度が出ることが分かる。

