

「制御工学」第5回

- 4. ラプラス逆変換 (続き)
- 5. たたみ込み
- 6. 伝達関数 (板書)
- 7. ラプラス変換の応用 (板書)

(2016-05-20)

4. ラプラス逆変換 (続き)

部分分数展開 (重根の場合)
公式 9) の逆変換

(3) 部分分数展開 (重根の場合)

$p_1 = p_2$ のとき $D(s) = (s - p_1)^2$ 定数

$$F(s) = \frac{b_1s + b_0}{(s - p_1)^2} = \frac{A_1}{(s - p_1)^2} + \frac{A_2}{s - p_1}$$

s に関する恒等式 部分分数展開の形が異なる

◎ A_1, A_2 の決め方

(1) 両辺に $(s - p_1)^2$ をかける

$$b_1s + b_0 = A_1 + A_2(s - p_1)$$

(2) $s - p_1 = 0$ とおく

$$A_1 = b_1p_1 + b_0$$

$\mathcal{L}^{-1} \dots$ 線形性
変換表

$$A_1te^{p_1t} + A_2e^{p_1t}$$

逆変換の結果 36

(3) 部分分数展開 (重根の場合)

$p_1 = p_2$ のとき

◎ A_1, A_2 の決め方 (続き)

(3) 両辺に $s - p_1$ をかける

~~$$\frac{b_1s + b_0}{s - p_1} = \frac{A_1}{s - p_1} + A_2$$~~

(4) $s - p_1 = 0$ とおく

\Rightarrow おけない

(3)' (1) の結果の両辺を s で
微分

$$b_1 = A_2$$

$n = 2$ のとき
はこれで終了

(4)' $s - p_1 = 0$ とおく

公式 9) の逆変換

公式 9)

$$\mathcal{L}\{t^n e^{-at}\} = \frac{n!}{(s+a)^{n+1}}$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{t^n e^{-at}}{n!}\right\} = \frac{1}{(s+a)^{n+1}}$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{t^{n-1} e^{-at}}{(n-1)!}\right\} = \frac{1}{(s+a)^n}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{A_1}{(s-p_1)^2}\right\} = A_1 \frac{t^{2-1} e^{p_1 t}}{(2-1)!} = A_1 t e^{p_1 t}$$

練習

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{A_1}{(s-p_1)^3}\right\}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{A_1}{(s-p_1)^4}\right\}$$

38

5. たたみ込み (資料 doc-1)

たたみ込み (合成積) の定義
フーリエ変換におけるたたみ込み
ラプラス変換におけるたたみ込み

39

たたみ込み (まとめ)

〈定義〉

資料 doc-1 を参照

〈性質〉

※ たたみ込みは積の性質を持つ (合成積)

$$f * g = g * f \quad (f * g) * h = f * (g * h)$$

※ たたみ込みのラプラス変換は、

それぞれの関数のラプラス変換の積

$$\mathcal{L}\{f * g\} = \mathcal{L}\{f(t)\} \cdot \mathcal{L}\{g(t)\} = F(s) \cdot G(s)$$

合成積 四則の積

40

おしまい

41